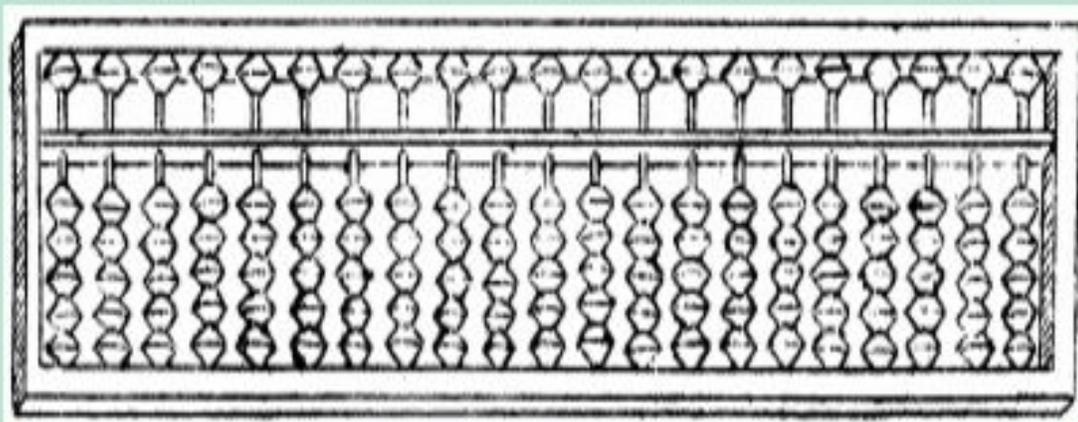


Aritmética en el Ábaco Japonés



Oscar Zúñiga Morelli

Introducción

La finalidad de este Texto es aclarar dudas dando una información amplia y sencilla de todo lo referente al manejo del ábaco.

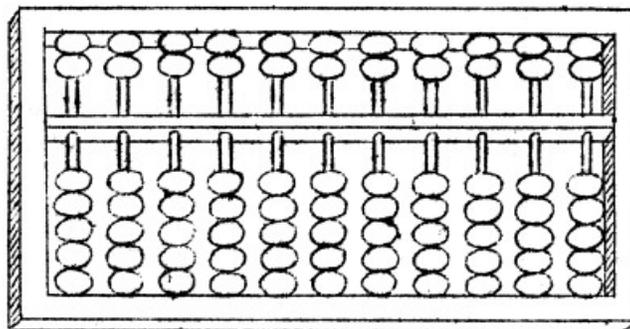
Habiéndome especializado en el manejo de todo tipo de ábaco, considero un deber de mi parte, el contribuir a su difusión, sobre todo después de haber podido comprobar plenamente, la utilidad y seguridad que representa su manejo en la Aritmética Comercial.

Me inclina además a enfrentar la publicación de esta obra, la inexplicable ausencia de datos en este tema, lo que afecta incluso a la mayoría de las Enciclopedias, las que por lo general mencionan el ábaco chino (Swanpan) y el ábaco ruso (Tchotu). Esto, en lo que respecta a los ábacos que están constituidos por un marco de madera en el que hay unos alambres por los que corren unas bolitas llamadas "cuentas".

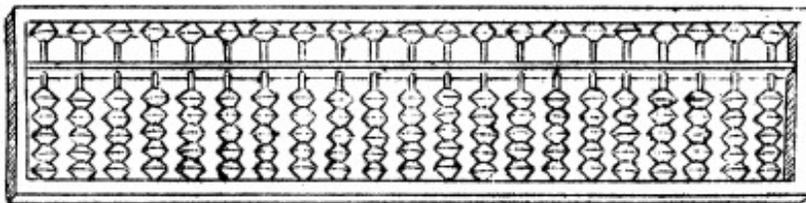
Desgraciadamente omiten los modelos japoneses que son: Soroban de 6 "cuentas" en cada corrida y Soroban moderno de 5 "cuentas" en cada corrida.

Tampoco Enciclopedia alguna habla en forma categórica de la utilidad y ductilidad de operación de dos modelos más importantes: chino, japonés y ruso, cuya enseñanza se difunde actualmente en los colegios de los países mencionados, a todo niño que tenga 9 años de edad.

La forma clásica de los ábacos chinos y japoneses es la siguiente:



Swanpan



Soroban

El Soroban moderno difiere del diseño en, que, debajo de la reglilla que divide el marco en dos porciones desiguales, tiene solo 4 "cuentas" en cada corrida.

En cuanto al ábaco ruso nos recuerda la forma de los tableros con los que se nos enseña a contar en nuestros primeros días de colegio; puesto que, tiene 10 cuentas en cada corrida y no tiene la reglilla que se observa en el Swanpan y en el Soroban. La capacidad de estos modelos varía según el número de hileras o corridas que tienen y no por la mayor o menor cantidad de cuentas. El modelo chino de la figura puede sumar hasta 99.999.999.999. En cuanto al modelo japonés su capacidad es:

999.999.999.999.999.999.999.

En todos estos modelos se puede efectuar correcta y rápidamente: sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y extracción de raíces. Digo correctamente, porque, en una división por ejemplo, podemos sacar todos los decimales necesarios y en caso de quedar un residuo el ábaco lo deja contabilizado.

Después de haber experimentado con toda clase y tipos de ábacos puedo recomendar el modelo de Soroban moderno, por su comodidad de aprendizaje y sencillez de operación. A este tipo dedico el Texto presente y en él he basado también la construcción del ZUMOR.

Puedo asegurar, después de haber experimentado con niños de 9 años hasta adultos de edad avanzada, que su aprendizaje es perfectamente posible, para quién lo desee. Basta sólo un conocimiento sólido de las cuatro operaciones básicas de la Aritmética, interés y constancia. Igual puede aprender un Sr. Wong, un Sr. Yamamoto que un Sr. Pérez. Hago este comentario debido a que alguien me dijo en una ocasión:

- Eso está reservado sólo para las mentes orientales.

Con ese criterio la humanidad hubiese quedado estancada. Un profesor no podría enseñar el Teorema de Pitágoras si él o sus alumnos no fuesen griegos. Si profundizáramos poco, nos encontraríamos que uno de los primeros y más valiosos aportes a la ciencia de los números lo brindaron los sumerios, pueblo hoy extinguido, pero que inconscientemente recordamos al pronunciar la palabra SUMA. La ciencia no debe tener fronteras, ni prejuicios raciales. Sobre todo tratándose de la Aritmética a cuyo engrandecimiento han contribuido desde los albores de la civilización, personas de distintas nacionalidades.

ANTES DE INICIAR EL ESTUDIO

CONSEJOS ÚTILES.

Por ningún motivo pase a la lección siguiente sin haber dominado totalmente la lección que está estudiando.

El más sabio ejemplo nos lo proporciona la naturaleza misma:

"UN ROBLE DEMORA MAS EN CRECER QUE UN ZAPALLO"

Pero cuanta diferencia hay de solidez y tamaño entre ambos.

Recuerde que los cimientos endebles de una choza nunca permitirán la construcción de un Rascacielos. Si yo le proporciono todo el material necesario para la edificación de un gran edificio, no lo derroche insistiendo en hacer una choza.

LUBRICACIÓN DEL ÁBACO

Todo Ábaco al principio está con sus fichas o "cuentas" un poco ajustadas. Esto no debe ser motivo de preocupación, puesto que, es perfectamente normal y la solución es la siguiente: "Espolvoree polvos de Talco sobre las corridas de cuentas del "Zumor". De modo que la pequeña cantidad que penetre dentro de cada "cuenta" las haga correr más libremente."

Por ningún motivo use Aceites o Grasas, ya que estos lubricantes tienen el inconveniente adherir una "cuenta" con otra.

De modo que, aunque le parezca extraño el único lubricante adecuado para un Abaco son los Polvos de Talco.

Hágalo antes de iniciar el curso y todas las veces que note un poco lentas las fichas. Después, el uso constante contribuirá a prescindir de la necesidad de lubricación.

Oscar Zúñiga Morelli.

Prólogo

Esta segunda Edición la dedico a las personas que con su cooperación directa e indirecta, hicieron posible el éxito ya obtenido en la enseñanza y divulgación del ábaco "ZUMOR".

*Año 1951. **Sr. Antonio Chiang Chang.** Iquique.*

En él pude apreciar la efectividad de este sistema, cuando en mi presencia calculó una compra de varios artículos en un tiempo brevísimo. Eran más o menos 40 multiplicaciones y la suma de todos los totales obtenidos.

*Año 1953. **Sr. Enrique Shinya.** Rengo.*

Tuvo la gentileza de indicarme cómo se anotan los números dígitos en un ábaco. Este débil punto de apoyo me bastó para adquirir mis actuales conocimientos, después de varios años de solitario estudio.

*Año 1953 **Sr. Belisario Nuñez.** Santiago.*

Al construirme mi primer ábaco hizo posible mis primeros pasos

*Año 1955 **Sr. Eduardo Bravo.***

Inspector de Impuestos Internos radicado en aquél entonces en San Fernando. Fue prácticamente mi primer alumno. Su interés por aprender me confirmó la utilidad del ábaco en todo trabajo de Contabilidad

*Año 1956 **Sr. Alberto Yamada Kani.** Rengo.*

Con su cordial amistad y desinteresado concurso me fue posible pulir algunas deficiencias operativas, motivadas por mi solitario estudio. A él se le debe en especial su intervención en la traída de dos modelos japoneses, que sirven en la actualidad de patrones para su fabricación en el país.

*Año 1956 La prestigiosa revista **ERCILLA** publicó los datos de una competencia realizada en Tokio, entre un ábaco y una calculadora eléctrica "Flandy". Los sorprendentes resultados de esa competencia me decidieron a iniciar la elaboración de un texto de estudio que permitiese la enseñanza a toda persona*

*Año 1956 **Sr. Jaime De La Barra von Goldammer.** Santiago*

Este chico contaba en esa fecha con once años de edad al lograr enseñarle las cuatro operaciones en un ábaco, me permitió encontrar una manera clara de enseñanza al alcance de cualquier mentalidad.

Año 1958 **Sr. Alfredo Herz A. Santiago.** (Redactor de la revista ERCILLA)

La publicación de un gentil y desinteresado artículo en el número 1196 de dicha revista (23 de abril de 1958) despertó gran interés de personas que me visitaron personalmente, o escribieron, alentándome a difundir estos conocimientos.

Año 1958 **Sr. Max Ricardo Cuenca.** (Autor del manual titulado "Instrucciones muy sencillas para el manejo de la regla de cálculo en ocho lecciones"). Su artículo publicado en El Mercurio del 18 de mayo de 1958, el que trataba sobre el ábaco chino, avivó nuevamente el interés de muchas personas. Una entrevista en la que tuve el gusto de conocer al señor Cuenca, confirmó la importancia de su divulgación en nuestro medio.

Doy mis agradecimientos a aquellas personas que adquirieron mis primeros ábacos "ZUMOR" con su texto de enseñanza. Al lograr aprender con la sola ayuda del manual me demostraron su claridad y perfección, lo que, lo pone al alcance de un niño como de una persona adulta.

No olvido en mi reconocimiento a mis actuales colaboradores, que han hecho perfectamente posible la construcción de modelos perfectos, que eliminan la necesidad de importarlos, como temí en un comienzo.

Esta es una síntesis cronológica de la historia del ábaco en nuestra Patria, a cuya enseñanza y estudio, he dedicado con gusto durante años, todos los momentos libres que dejaban mis numerosas obligaciones.



ANTES DE INICIAR EL ESTUDIO

CONSEJOS ÚTILES.

Por ningún motivo pase a la lección siguiente sin haber dominado totalmente la lección que está estudiando.

El más sabio ejemplo nos lo proporciona la naturaleza misma:

"UN ROBLE DEMORA MAS EN CRECER QUE UN ZAPALLO"

Pero cuanta diferencia hay de solidez y tamaño entre ambos.

Recuerde que los cimientos endeble de una choza nunca permitirán la construcción de un Rascacielos. Si yo le proporciono todo el material necesario para la edificación de un gran edificio, no lo derroche insistiendo en hacer una choza.

LUBRICACIÓN DEL ÁBACO

Todo Ábaco al principio está con sus fichas o "cuentas" un poco ajustadas. Esto no debe ser motivo de preocupación, puesto que, es perfectamente normal y la solución es la siguiente:

"Espolvoree polvos de Talco sobre las corridas de cuentas del "Zumor". De modo que la pequeña cantidad que penetre dentro de cada "cuenta" las haga correr más libremente."

Por ningún motivo use Aceites o Grasas, ya que estos lubricantes tienen el inconveniente adherir una "cuenta" con otra.

De modo que, aunque le parezca extraño el único lubricante adecuado para un Abaco son los Polvos de Talco.

Hágalo antes de iniciar el curso y todas las veces que note un poco lentas las fichas.

Después, el uso constante contribuirá a prescindir de la necesidad de lubricación.

Capítulo 1

LOS NÚMEROS DEL 0 AL 9 EN EL "ZUMOR".

La colocación del Ábaco "Zumor" es sobre una mesa de cubierta perfectamente horizontal. Su marco inferior deberá quedar a unos 20 cm del borde de dicha cubierta. En cuanto al operador se sentará frente al Ábaco tal como lo haría para pulsar el teclado de una máquina de escribir.

Con el objeto de que pueda identificar más adelante las distintas partes que se mencionan en el Texto, estudie sus nombres en la Figura 1.

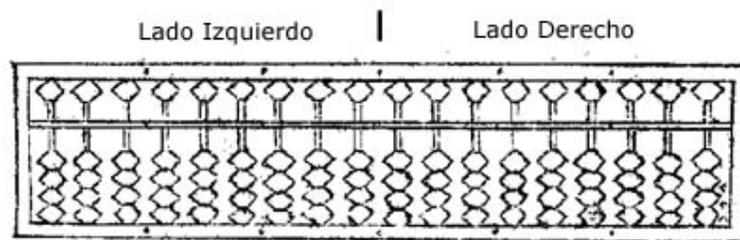


Figura 1.A. Marco superior del ábaco; 5. Ficha superior; Z. Barra "Z" o acumuladora; 1, 2, 3, 4. Fichas inferiores; B. Marco inferior del ábaco

Las fichas tienen también el nombre de "cuentas". Una de las partes más importantes del ábaco es la Barra "Z" y que es la que divide a cada corrida del "Zumor", dejando 1 "cuenta" en la parte superior y 4 "cuentas" en la parte inferior.

A su vez las "cuentas" las llamaremos superiores e inferiores, teniendo por lo tanto cada corrida: Una "cuenta" superior y Cuatro "cuentas" inferiores.

Toda "cuenta" ó grupo de "cuentas" que se apoye a "Z" formará un número. Veamos ahora como se escriben los números del 0 al 9, en la primera corrida a contar desde el lado derecho.

CERO.-

No hay "cuentas" apoyadas a "Z". Tanto la "cuenta" superior como las inferiores, están totalmente alejadas de la barra "Z". Ver Figura 2.

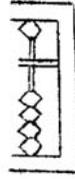


Figura 2

UNO.-

Se escribe acercando a "Z" una "cuenta" inferior. Esto deberá hacerlo con la punta de la yema de su dedo pulgar de la mano derecha. Si mira su mano desde el extremo izquierdo del Ábaco cuando va a efectuar la anotación del número UNO, la verá tal como en la Figura 3 hasta lograr la anotación la que debe quedar como se expresa en la Figura 3-A.

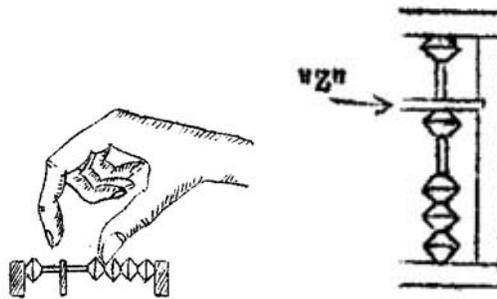


Figura 3 y Figura 3-A

DOS.-

Se apoyan dos "cuentas" inferiores a "Z" usando el dedo pulgar de la mano derecha en la forma ya explicada, pero, empujando **dos fichas a la vez** según Figura 4 hasta lograr la anotación de la Figura 4-A .

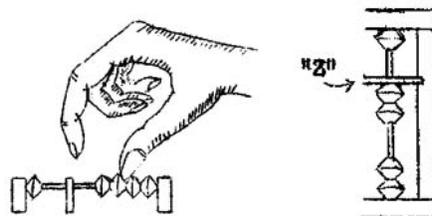


Figura 4 y Figura 4-A

TRES.-

Se apoyan tres "cuentas" inferiores a la barra "Z" usando desde luego el dedo pulgar de la mano derecha, con lo que tendrá la anotación indicada en la Figura 5.

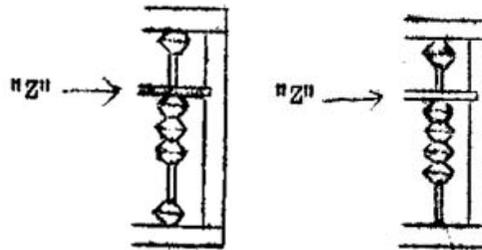


Figura 5 y Figura 6

CUATRO.-

Se apoyan de un golpe todas las "cuentas" inferiores a "Z". Usando siempre el dedo pulgar de la mano derecha, con lo que tendrá la anotación de la Figura 6.

CINCO.-

Hasta el momento la ficha superior ha estado inactiva pero, su utilidad se manifiesta al anotar todos los números superiores a 4. La "cuenta" superior vale por sí sola CINCO, por lo tanto bastará acercarla a la barra "Z" con la punta de la yema del dedo índice de su mano derecha según la Figura 7 para obtener la anotación de la Figura 7-A.

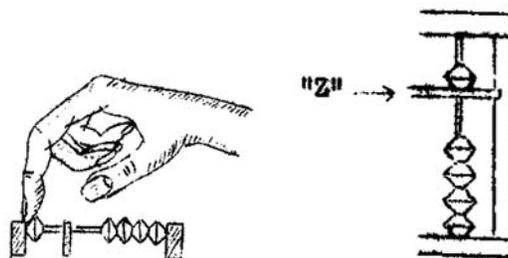


Figura 7 y Figura 7-A

SEIS.-

Se obtiene combinando la "cuenta" superior con una inferior. Se deben usar simultáneamente el dedo índice y el pulgar de la mano derecha. En la Figura 8 verá la posición que deben adoptar los dedos mencionados al iniciar la anotación. En cuanto a la Figura 8-A demuestra la anotación, ya efectuada. Debe acostumbrarse

desde el principio a usar simultáneamente los dedos pulgar e índice, ya que de la rapidez de anotación, depende la velocidad.

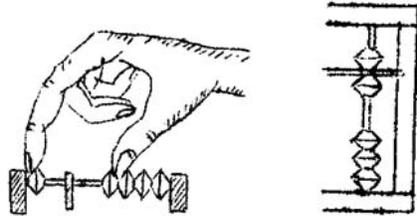


Figura 8 y Figura 8-A

SIETE.-

Combine una "cuenta" superior con 2 inferiores según las figuras 9 y 9-A.

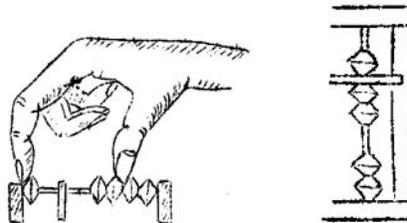


Figura 9 y Figura 9-A

OCHO.-

Combine una "cuenta" superior y tres "cuentas" inferiores, apoyándolas simultáneamente a "Z" y con lo que se obtiene la anotación de la Figura 10.

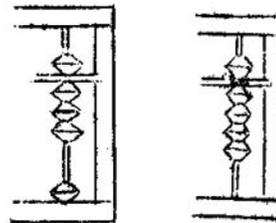


Figura 10 y Figura 11

NUEVE.-

Es la anotación máxima que se puede hacer en una corrida del "Zumor". Para anotar 9 se apoyan a "Z" simultáneamente la "cuenta" superior y todas las

inferiores. Desde luego que debe usar los dedos ya mencionados para obtener la anotación de la Figura 11.

Practique la escritura de los números del CINCO al NUEVE, en la primera corrida del lado derecho del "Zumor", hasta lograr seguridad y rapidez en su anotación y lectura. Una vez que sus dedos tengan soltura, practique en todas las corridas del lado derecho. Cuide que sus dedos al anotar un número no muevan "cuentas" de las corridas vecinas.

Su seguridad de anotación deberá ser instantánea; para ello, deberá aprender practicando los números del CERO al NUEVE en el "Zumor" hasta poder escribirlos sin el menor titubeo.

Capítulo 2

FORMACIÓN DE CIFRAS EN EL ÁBACO "ZUMOR".

Antes de escribir en el Ábaco se debe tener todas las "corridas" en CERO. Debo advertir que dada la gran capacidad de anotación de un Ábaco del Sistema Japonés como es el "Zumor" al principio usaremos solo el lado derecho. El lado izquierdo actuará como anotador, como verá más adelante en los Capítulos V y VI. Por el momento deje el lado izquierdo del "Zumor" también en "CERO".

CERO TOTAL.

Esto deberá practicarse siempre en toda la extensión de la barra "Z" antes de iniciar cualquier anotación. La forma más efectiva es:

1. Apoyar suavemente la punta de la yema de los dedos: pulgar, índice y medio, donde nace la barra "Z" en el lado derecho del Ábaco.
2. Una vez que están los dedos mencionados en esta posición se deben deslizar por la barra "Z" hasta llegar al extremo opuesto de partida. Con esto se logra que las uñas de los dedos: índice y medio alejen de "Z" las "cuentas" superiores, mientras la uña del dedo pulgar aleja de "Z" las "cuentas" inferiores. Esto lo puede apreciar en las Figuras 12 y 12-A.

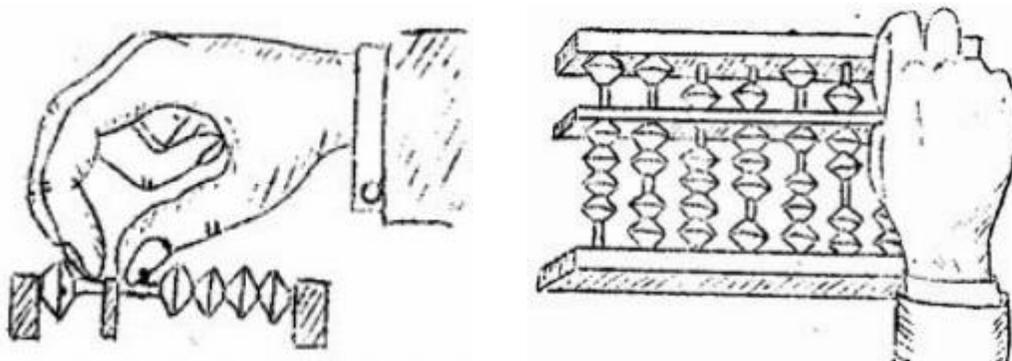


Figura 12 y Figura 12-A

En toda cifra compuesta de varios números se distinguen las siguientes clasificaciones: *unidad, decena y centena*.

Esto lo apreciamos muy claramente en una hoja de papel que tenga un rayado vertical para ubicar cifras, como ocurre con los rayados de los libros de Contabilidad. El Ábaco es también una verdadera hoja de papel con un rayado vertical que le permite clasificar perfectamente las distintas partes que forman una cifra. Cada espacio entre líneas corresponde a cada corrida del Ábaco. Esta estrecha semejanza puede apreciarla en las Figuras 13 y 13-A

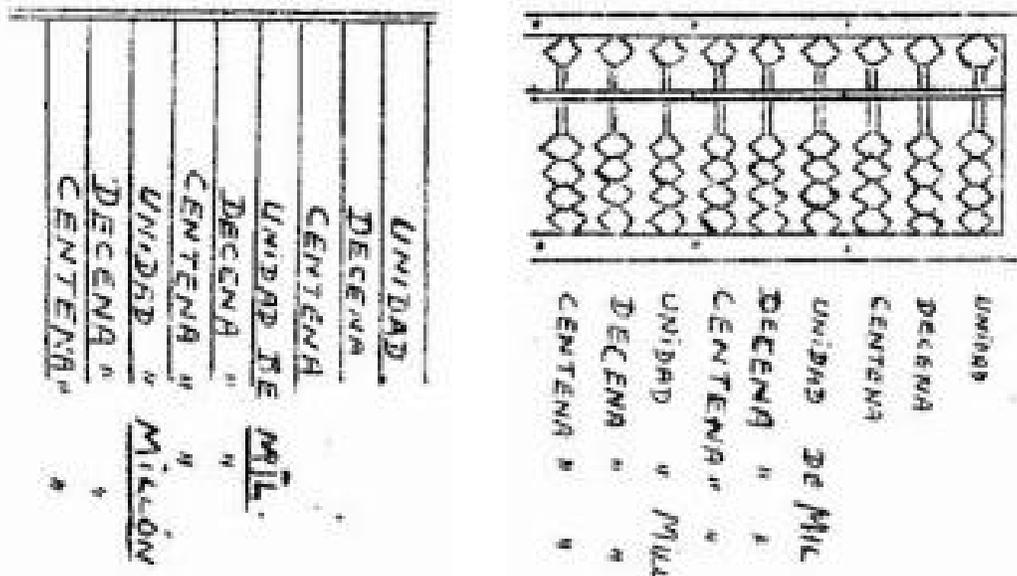


Figura 13 y Figura 13-A

Si observa con más detención el "Zumor", verá que en el marco superior e inferior y en la barra "Z" hay unos puntos. Estos señalan la separación que se hace corrientemente entre la centena y la unidad superior en toda cifra. Además el colorido de las "cuentas" en el lado derecho del "Zumor" está dispuesto en grupos de 3 corridas. Todo esto le facilita la correcta ubicación de las cifras que escriba en el Ábaco,

Para mayor claridad en adelante en los "croquis" se dibujará solo la barra "Z" y las fichas que a ella se apoyen. Como lo único que debe interesar es lo anotado en "Z", bastará con esto para interpretar debidamente las Figuras del texto. Cuando una corrida de "cuentas" esté en Cero y deba ser considerada se dibujará una pequeña línea vertical cortando a "Z". Vea a continuación la Figura 14, la que le servirá como repaso de lo estudiado hasta el momento.

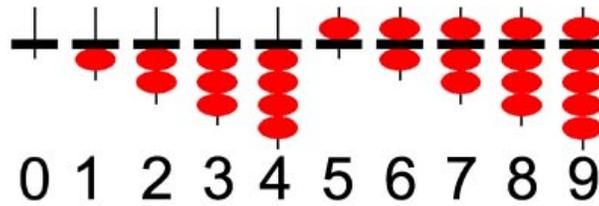


Figura 14

Si Ud. sabe anotar los números del Cero al Nueve y conoce el valor de cada corrida del Ábaco. Lo único que tiene que hacer ahora es escribir cifras, practicando los ejercicios de la Figura 15 siguiendo estos consejos:

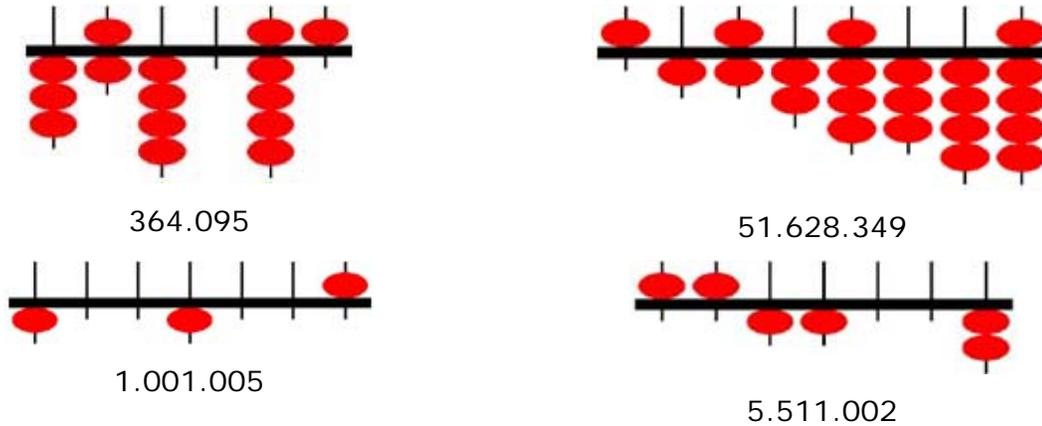
1. Sujete el Ábaco tomándolo en el lado izquierdo, con su mano izquierda, con el objeto de que no se mueva cuando Ud. esté escribiendo en el lado derecho.
2. Debe ir cantando en alta voz la cifra a medida que la va anotando en el "Zumor".
3. Use sus dedos: pulgar e índice correctamente.
4. Antes de escribir cualquier cantidad debe colocar el Ábaco en Cero total.
Estos ejercicios de la Fig. 15 deberá hacerlos varias veces hasta adquirir rapidez y seguridad tanto en poner a Cero, como en Escribir y Leer cantidades.

Problema:

Escribir la cifra 364.095.

1. Poner en Cero total
2. TRESCIENTOS (escribirlo en las centenas de mil, usando el pulgar)
3. SESENTA (escribir en las decenas de mil usando el pulgar y el índice simultáneamente)
4. Y CUATRO MIL (escribir en las unidades de mil usando sólo el pulgar)
5. La hilera de las centenas en este caso no se usará, quedando en Cero.
6. NOVENTA (escribir en la corrida de las decenas, usando pulgar e índice)
7. Y CINCO (escribir en la corrida de las unidades usando sólo el índice).

Siga ahora con los ejercicios siguientes, recitando en voz alta a medida que la va anotando en el Zumor. Antes de borrar para escribir la cantidad siguiente, lea lo escrito para acostumbrar la vista a la lectura de las fichas o "cuentas", las que representan números.



Escriba enseguida todas las cifras que se detallan a continuación, temiendo cuidado de poner en Cero, antes de escribir una cifra. Además, antes de borrar debe leer lo que escribió en el "Zumor" con el objeto de verificar la exactitud de lo anotado.

11.111.111	22.111.222	22.222.222	33.222.333	33.333.333
44.333.444	44.444.000	55.555.123	66.666.666	77.777.777
88.888.888	99.999.999	12.345.678	98.765.432	123.456.789
98.504.151	11.222.333	22.333.444	33.444.555	444.555.666
15.151.262	33.772.266	50.000.000	1.000.003	2,000.199
19.233.745	987.654.321	31.785.001	23.234.099	110.220.508
3.456.987	350.980	1.003	345.777	300.000
100.000	200.000	400.000	500.000	600.000
700.000	800.000	900.000	950.000	35.010

Pera dar por terminado este Capítulo le aconsejo que practique escribiendo toda clase de cifras con el objeto de dominar totalmente la escritura y lectura de

cantidades de cualquier envergadura que estas sean un buen ejercicio es tomar un Guía telefónico y aprovechar los ejemplos de cantidades que éste nos brinda.

La escritura deberá dominarla de tal modo que no le cueste empezar a escribir en la corrida precisa, la que deberá ubicar de inmediato sin esfuerzo alguno. La Lectura tampoco deberá ser forzada. Cuando vea por ejemplo, la anotación de una corrida, en la que la "cuenta" superior y dos inferiores, están apoyadas en "Z", deberá leer 7, 70 ó 700 según sea el caso. En ningún caso debe hacer como los principiantes que leen traduciendo así 5, 6 y 7.

Usted escribirá en adelante todos los números dígitos (del cero al nueve) con "cuentas" o "fichas", por lo tanto domine esta nueva escritura y lectura ampliamente antes de pasar al próximo capítulo.

Capítulo 3

LA SUMA EN EL ÁBACO "ZUMOR"

Este capítulo lo he dividido en cuatro grupos, para una mejor comprensión de parte del alumno. Es conveniente no adelantarse a los ejercicios del texto ya que el estudio de la suma deberá hacerse ordenadamente. En vista de ello, le exijo ejecutar fielmente solo los problemas de suma que le voy presentando a medida de que sus conocimientos avanzan a parejas con el plan de estudio.

Si sigue mis consejos, al terminar este capítulo podrá enfrentarse a cualquier problema de suma que desee. Antes solo logrará complicaciones.

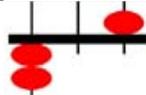
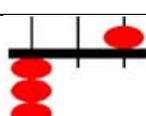
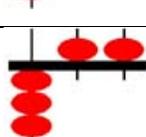
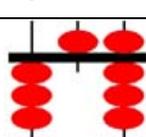
Primer grupo.

Sumar es refundir varias cantidades en un total ó resultado. Este principio básico se aplica al Ábaco Zumor de la siguiente manera:

Problema:

$$205 + 100 + 50 + 3 = 358$$

Figura 16

Poner el "Zumor" totalmente en CERO	
Anote en el lado derecho 205	
Sobre la anotación anterior agregue 100	
Ahora agregue 50	
Por último agregue 3	
Basta sólo leer el resultado el que es 358	

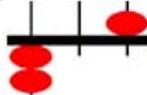
Nota: Para una mayor comprensión las "cuentas" sombreadas representan las que se van agrupando por cada sumando a medida que se va efectuando la suma.

Tal como anotó cantidades en el capítulo anterior, empezando siempre de izquierda a derecha, o sea, de mayor a menor; también para sumar deberá preceder de igual manera. Por esta razón al principio conviene ir cantando en voz alta las cantidades a medida que van agregándolas.

Para aclarar este concepto ejecute varias veces la suma de la figura 17, la que es prácticamente una reducción del ejemplo anterior.

PROBLEMA:

$$205 + 153 = 358$$

Figura 17	
Poner el Ábaco en Cero	
Anotar 205	



Desde luego que los dedos Pulgar e Índice deben seguir actuando en la forma ya explicada. Suponga que Ud. anota la cifra 111 usando para esto su dedo Pulgar y a esta cifra quiere sumar la cifra 666. Esta nueva cantidad debe ser agregada usando los dedos Pulgar e Índice simultáneamente, con lo que logra de inmediato el resultado el que es 777. Haga este sencillo ejercicio varias veces en el Ábaco y enseguida practique todos los problemas de Suma de la Figura 18,

Figura 18

1200	125	642	150005	111000	21050
120	550	2051	3100	222	200210
12	1102	1106	15221	515151	1151122
1502	2010	25000	621660	150015	511602
<u>3500</u>	<u>5100</u>	<u>250000</u>	<u>1100000</u>	<u>101010</u>	<u>1005005</u>
37834	8887	278799	1889986	877398	2888989

Haga como mínimo 20 veces cada uno de estos ejercicios, hasta lograr rapidez, seguridad y exactitud. No ejecute otros problemas de suma fuera de estos.

* * *

Segundo grupo.

Ahora aprenderá a emplear valores superiores a la cantidad solicitada y a devolver el excedente. Estos casos son idénticos a cuando uno emplea un billete de \$ 5, para pagar una cantidad inferior a \$5. O cuando emplea un billete de \$ 10, para pagar una cantidad inferior a \$ 10 y así sucesivamente.

Esto no le deberá causar sorpresa, pues, en la vida diaria continuamente estamos resolviendo estos problemas, cuando pagamos una suma de dinero y no tenemos el valor exacto disponible. Esto es aplicable al Ábaco como verá de inmediato.

Con el objeto de prepararle para el estudio de este grupo, apréndase de memoria la Tabla de complementos a 5 y a 10. En otras palabras estudie a fondo cuanto le falta a un número para llegar a 5 ó para llegar a 10.

Tabla de complementos

Sumar	1	es igual a sumar	5	y quitar	4	o a sumar	10	y quitar	9
"	2	"	5	"	3	"	10	"	8
"	3	"	5	"	2	"	10	"	7
"	4	"	5	"	1	"	10	"	6
"	5	"	5	"	-	"	10	"	5
"	6	"	5	"	-	"	-	"	-
"	7	"	5	"	-	"	-	"	-
"	8	"	5	"	-	"	-	"	-
"	9	"	5	"	-	"	-	"	-

Tabla de Complementos Compuestos

Sumar	6	Es igual a sumar	1	quitando	5	y agregando	1
"	7	"	0	"	3	"	2
"	8	"	1	"	2	"	3
"	9	"	0	"	1	"	4
"	-	"	1	"	-	"	-
"	-	"	0	"	-	"	-
"	-	"	1	"	-	"	-

Estas tablas de complementos resumen en sí el manejo total del Ábaco "Zumor" en las operaciones de Suma y deben ser estudiadas a pesar de su sencillez en forma cuidadosa. Además observe que no sólo le sirven para actuar con unidades, sino que su aplicación es total y abarcan: Decenas, Centenas, Unidades de Mil etc. etc.

Si Ud. por ejemplo paga 4 Centenas con 5 Centenas, recibe un vuelto de 1 Centena.

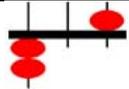
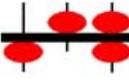
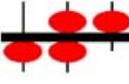
Si paga 4 decenas con 1 centena, recibe un vuelto de 6 decenas.

Si paga 7 decenas (70) con 1 Centena (100), le devuelven 5 decenas (50), Ud. ha pagado únicamente 5 decenas (50); por lo tanto debe dar 2 decenas (20) más para completar las 7 decenas (70) que deseaba pagar.

Hasta el momento el dedo Pulgar ha estado actuando con las "cuentas" inferiores y el índice con las "cuentas" superiores. En los próximos ejercicios el dedo Pulgar seguirá actuando en la forma indicada, pero el Índice ayudará en algunos casos en los movimientos de las "cuentas" inferiores. Esto se hace para lograr más rapidez en ciertas circunstancias (Figura 19).

PROBLEMA:

$$86 + 79 = 165$$

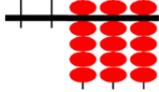
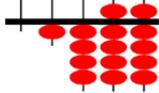
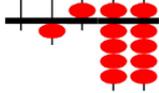
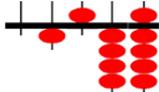
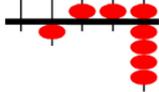
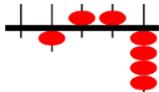
Figura 19	
1. Poner el "Zumor" en Cero total	
2. Anotar la cifra 86	
3. Como se procede a agregar la siguiente cifra: Para sumar 70 debemos usar el complemento a 10. O sea, en este caso agregar 1 ficha de las inferiores (corrida vecina) con el dedo Pulgar, mientras el dedo Índice quita 3 "cuentas" en la corrida de las decenas. Este movimiento debe ser simultáneo.	
4. Para sumar los 9 que faltan de la cifra 79, usamos nuevamente el complemento a 10. El Pulgar agrega una ficha inferior en la corrida de las decenas, mientras el dedo Índice quita con igual prontitud una ficha o "cuenta" en la corrida de las unidades.	

Suele ocurrir a veces que, para sumar una cifra no sólo la corrida debida está imposibilitada para hacerlo, sino que también su vecina de la izquierda está casi prácticamente impedida para ello, puesto que tiene sus 4 "cuentas" inferiores ocupadas. Esto en apariencia difícil, tiene una muy fácil solución como verá de inmediato en la Figura 20.

PROBLEMA:

$$999 + 555 = 1554$$

Figura 20	
1. Poner el "Zumor" en CERO	

2. Anotar el sumando 999 en el extremo derecho	
3. Cómo se agrega el sumando 555: Para sumar 500 recurrimos a la "cuenta" de valor 1.000 y quitamos la "cuenta" de 500 (complemento de 5 a 10)	
4. Si apoyamos a "Z" la "cuenta" superior de las Centenas y retiramos de "Z" las 4 "cuentas" inferiores de dicha corrida, habremos agregado 100	
5. Como el aumento anterior fue de 100 y no de 50 como se pretende, debemos de quitar de inmediato el excedente en la corrida de las decenas ó sea la "cuenta" superior que equivale a 50	
6. Ahora bajamos la "cuenta" superior de las decenas y quitamos las 4 "cuentas" inferiores de dicha corrida, con lo que el aumento efectivo es de 10.	
7. Pero como en realidad lo que se desea es aumentar 5 y no 10, quitamos el excedente en la corrida de las unidades. En este caso alejamos de "Z" la "cuenta" superior de las unidades, ó sea, quitamos 5.	
8. Sólo queda por leer el resultado que se ha logrado en el "Zumor" y que es la cifra 1,554.	

La práctica de los ejercicios de las Figuras 19 y 20 deberá hacerse en forma intensiva, hasta lograr una verdadera mecanización en sus dedos y en su mente.

La forma de operar los recientes ejercicios explicados y sus conocimientos de las Tablas de Complementos debidamente aplicados le bastarán para solucionar todas las pequeñas sumas de la Figura 21.

Deberá hacer todos estos ejercicios hasta dominarlos, aunque le parezcan tediosos e inútiles, porque son la base para la ejecución de cualquier suma en el futuro.

Figura 21

9	90	900	999	9	90	900	999	9	90	900	999
<u>9</u>	<u>90</u>	<u>900</u>	<u>999</u>	<u>8</u>	<u>80</u>	<u>800</u>	<u>888</u>	<u>7</u>	<u>70</u>	<u>700</u>	<u>777</u>
18	180	1800	1998	17	170	1700	1887	16	160	1600	1776
9	90	900	999	9	90	900	999	9	90	900	999
<u>6</u>	<u>60</u>	<u>600</u>	<u>666</u>	<u>5</u>	<u>50</u>	<u>500</u>	<u>555</u>	<u>4</u>	<u>40</u>	<u>400</u>	<u>444</u>
15	150	1500	1665	14	140	1400	1554	13	130	1300	1443
9	90	900	999	9	90	900	999	9	90	900	999
<u>3</u>	<u>30</u>	<u>300</u>	<u>333</u>	<u>2</u>	<u>20</u>	<u>200</u>	<u>222</u>	<u>1</u>	<u>10</u>	<u>100</u>	<u>111</u>
12	120	1200	1332	11	110	100	1221	10	100	1000	1110
8	80	800	888	8	80	800	888	8	80	800	888
<u>9</u>	<u>90</u>	<u>900</u>	<u>999</u>	<u>8</u>	<u>80</u>	<u>800</u>	<u>888</u>	<u>7</u>	<u>70</u>	<u>700</u>	<u>777</u>
17	170	1700	1887	16	160	1600	1776	15	150	1500	1665
8	80	800	888	8	80	800	888	8	80	800	888
<u>6</u>	<u>60</u>	<u>600</u>	<u>666</u>	<u>5</u>	<u>50</u>	<u>500</u>	<u>555</u>	<u>4</u>	<u>40</u>	<u>400</u>	<u>444</u>
14	140	1400	1554	13	130	1300	1443	12	120	1200	1332
8	80	800	888	8	80	800	888	7	70	700	777
<u>3</u>	<u>30</u>	<u>300</u>	<u>333</u>	<u>2</u>	<u>20</u>	<u>200</u>	<u>222</u>	<u>9</u>	<u>90</u>	<u>900</u>	<u>999</u>
11	110	1100	1221	10	100	1000	1110	16	160	1600	1776
7	70	700	777	7	70	700	777	7	70	700	777
<u>8</u>	<u>80</u>	<u>800</u>	<u>888</u>	<u>7</u>	<u>70</u>	<u>700</u>	<u>777</u>	<u>6</u>	<u>60</u>	<u>600</u>	<u>666</u>
15	150	1500	1665	14	140	1400	1554	13	130	1300	1443
7	70	700	777	7	70	700	777	7	70	700	777
<u>5</u>	<u>50</u>	<u>500</u>	<u>555</u>	<u>4</u>	<u>40</u>	<u>400</u>	<u>444</u>	<u>3</u>	<u>30</u>	<u>300</u>	<u>333</u>
12	120	1200	1332	11	110	1100	1221	12	100	1200	1110
6	60	600	666	6	60	600	666	6	60	600	666
<u>9</u>	<u>90</u>	<u>900</u>	<u>999</u>	<u>8</u>	<u>80</u>	<u>800</u>	<u>888</u>	<u>7</u>	<u>70</u>	<u>700</u>	<u>777</u>
15	150	1500	1665	14	140	1400	1554	13	130	1300	1443
6	60	600	666	6	60	600	666	6	60	600	666
<u>6</u>	<u>60</u>	<u>600</u>	<u>666</u>	<u>5</u>	<u>50</u>	<u>500</u>	<u>555</u>	<u>4</u>	<u>40</u>	<u>400</u>	<u>444</u>
12	120	1200	1332	11	110	1100	1221	10	100	1000	1110
5	50	500	515	5	50	500	555	5	50	500	555
<u>9</u>	<u>90</u>	<u>900</u>	<u>911</u>	<u>8</u>	<u>80</u>	<u>800</u>	<u>888</u>	<u>7</u>	<u>70</u>	<u>700</u>	<u>777</u>
14	140	1400	1426	13	130	1300	1443	12	120	1200	1332
5	50	500	525	5	50	500	555	4	40	400	444
<u>6</u>	<u>60</u>	<u>600</u>	<u>646</u>	<u>5</u>	<u>50</u>	<u>500</u>	<u>555</u>	<u>9</u>	<u>90</u>	<u>900</u>	<u>999</u>
11	110	1100	1271	10	100	1000	1110	13	130	1300	1443
4	40	400	444	4	40	400	444	4	40	400	444
<u>8</u>	<u>80</u>	<u>800</u>	<u>888</u>	<u>7</u>	<u>70</u>	<u>700</u>	<u>777</u>	<u>6</u>	<u>60</u>	<u>600</u>	<u>666</u>
12	120	1200	1332	11	110	1110	1221	11	100	1000	1110
3	30	300	343	3	30	300	333	3	30	300	333
<u>9</u>	<u>90</u>	<u>900</u>	<u>999</u>	<u>8</u>	<u>80</u>	<u>800</u>	<u>888</u>	<u>7</u>	<u>70</u>	<u>700</u>	<u>777</u>
12	120	1200	1332	11	110	1100	1221	10	100	1000	1110
2	20	200	222	2	20	200	222	1	10	100	111
<u>9</u>	<u>90</u>	<u>900</u>	<u>999</u>	<u>8</u>	<u>80</u>	<u>800</u>	<u>888</u>	<u>9</u>	<u>90</u>	<u>900</u>	<u>999</u>
11	110	1100	1221	10	100	1000	1110	10	100	1000	1110

Con el objeto de comprobar si ha aprendido realmente los ejercicios recientes, pruebe desarrollar las Sumas de la Figura 22. Cualquier dificultad que tenga con estas operaciones, le delatarán las fallas de aprendizaje y donde debe repasar sus conocimientos. Tenga presente que aún no debe desarrollar otras Sumas, fuera de las del Texto.

Figura 22

1354	3287	4555	7899	4325	134487	245784
4325	8321	1725	7899	4325	123145	12863
5664	4578	15124	7899	7621	18498	862
9874	6425	131600	3544	44444	300400	254
6348	18740	13333	91321	3332	8240	14
43599	31000	55999	92568	6766	88888	23745
<u>5304</u>	<u>9204</u>	<u>83775</u>	<u>34605</u>	<u>3509</u>	<u>2001554</u>	<u>140806</u>
76468	81555	306111	245735	74322	2675212	424328

El estudio del 2° Grupo está resumido en la Regla siguiente:

Quando no haya "cuentas" disponibles para agregar la cantidad deseada, use la "cuenta" de valor superior mas inmediata que le sea posible y quite el excedente.

Se entiende que el excedente será siempre el Complemento a 5 o 10 según sea el caso.

* * *

Tercer Grupo.

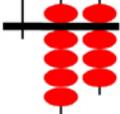
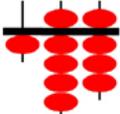
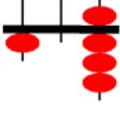
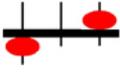
Hasta el momento ha sido posible usar la "cuenta" de valor inmediato superior, en la misma corrida 6 en la corrida vecina de la izquierda. En este grupo estudiaremos los casos en los que tenemos que recurrir a una "cuenta" de valor superior, pero, la que no es posible conseguir en la misma "corrida" ni en la "corrida" de la izquierda. El procedimiento es el siguiente:

1. Usamos la "cuenta" de valor más inmediato superior que esté disponible.
2. Se reduce a CERO toda "corrida" de "cuentas" que esté con anotación de NUEVE y que esté situada, entre la "corrida" que aporta una "cuenta" disponible y la "corrida" que exige este aumento.

El problema de la Figura 23 le despejará las dudas que tenga al respecto.

PROBLEMA:

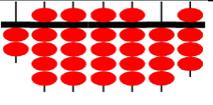
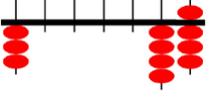
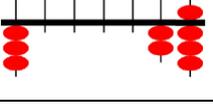
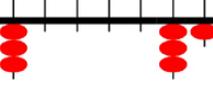
$$98 + 7 = 105$$

Figura 23	
Poner el "Zumor" en CERO.	
Anotar la cifra 98	
Como se suma a lo ya anotado: Se usa la "cuenta" de valor más inmediato superior disponible, la que encontrarnos en este caso en la "corrida" de las Centenas.	
La "corrida" que está en NUEVE, entró la "corrida" que aporta la "cuenta" y la "corrida" que exigió esta operación, se reduce a CERO Nota.- Esta reducción a Cero la ejecuta el dedo índice, el que aleja de "Z" las "cuentas" inferiores al mismo tiempo que actuó el pulgar en la anotación de la "cuenta" de valor superior y de inmediato el Índice se mueve hacia adelante alejando "Z"	
Ahora falta quitar el complemento de 7 a 10 en la corrida de las unidades	
Falta sólo leer el resultado, el que es 105,	

Si entre la "corrida" que aporta una "cuenta" de valor superior y la corrida que obliga a esta operación, hay varias "corridas" con anotación de NUEVE, reduzca todas estas a CERO. Esta demostración la puede apreciar en la Figura 24.

PROBLEMA:

$$2.999.948 + 83 = 3.000.031$$

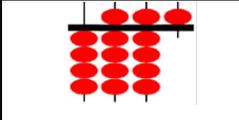
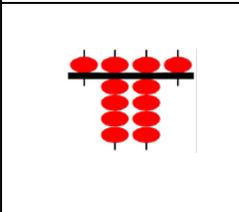
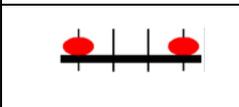
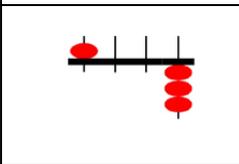
Figura 24	
Poner el "ZUMOR" en Cero	
Anotar la cifra 2.999.948	
<p>Como se suma la cifra 83:</p> <p>Anotar la "cuenta" disponible y poner en CERO, todas las corridas que tienen anotación NUEVE</p> <p><i>Nota: Como en este caso se trata de varias "corridas" con anotación NUEVE, al agregar con el Pulgar la "cuenta" de valor superior disponible, los dedos: Índice, Medio, Anular y Meñique quitan de inmediato las "cuentas" inferiores y de inmediato se mueven hacia adelante quitando las "cuentas" superiores.</i></p>	
Quite ahora dos "cuentas" en las Decenas y habrá sumado los 80 solicitados.	
<p>Sumar ahora las 3 unidades que faltan para terminar este problema, no representa ninguna dificultad</p> <p>El Pulgar agrega 1 "cuenta", el Índice quita de inmediato la "cuenta" superior en la corrida de las unidades y el Pulgar que está ahora libre quita 2 "cuentas" inferiores en las unidades.</p>	

Supóngase ahora que, la "cuenta" de valor más inmediato que hay disponible, no sólo está separada por varias corridas de Nueves sino que es una de las llamadas Superiores. La solución no puede ser más sencilla, para ello vea el problema explicado gráficamente en la Figura 25.

PROBLEMA:

$$4.995 + 8 = 5.003$$

Figura 25

Poner el "Zumor" en Cero	
Anotar la cifra 4.995	
Agregar la "cuenta" de valor más inmediato superior disponible, la que en este caso es la superior de la corrida de las unidades de Mil. Cuando esto ocurre de inmediato se quitan las 4 "cuentas" inferiores de la misma corrida.	
Ahora las corridas de las Centenas y las Decenas, que están en NUEVE, se dejan en CERO	
Eliminamos la "cuenta" de valor 5 unidades (tal como lo haría para sumar $5 + 8$ y se ha pedido ayuda a la corrida vecina) y agregamos 3 "cuentas" inferiores"	
Lea ahora el resultado en el "Zumor".	

Con el objeto de dominar más aún estos casos, desarrolle en forma inversa las Sumas de las Figuras 23, 24 y 25. Por ejemplo figura 25 Problema: $8 + 4.995$. Estos ejercicios le parecerán al principio de una lentitud exasperante. Pero, debe practicarlos intensamente, ya que forman parte y muy importante por cierto, del estudio de la Suma. Si bien es cierto que, he exagerado un poco estos ejercicios, es con el fin de que más adelante no le sorprendan en la práctica.

* * *

Cuarto Grupo.

Por fin Ud. quedará en libertad de acción. Su enseñanza teórica de la Suma está completa. En vista de ello, dedicaremos este grupo a poner en práctica todas las Reglas que ha aprendido. Los ejercicios de Suma de este Grupo están destinados a darle rapidez y seguridad. Una práctica intensa diaria es muy conveniente, aun cuando considere que ya sabe perfectamente el proceso de Suma en el Ábaco.

Los profesores Japoneses recomiendan una práctica diaria de unos 15 minutos, durante los cuales, el alumno debe esforzarse por hacer cada día más rápido los ejercicios de la Figura 26.

Naturalmente que al principio estos ejercicios se harán lentamente. Después, a medida que va adquiriendo el dominio debido, su velocidad irá en aumento. No olvide de utilizar los dedos en la forma indicada en el Texto, tomando como base que nunca el Pulgar podrá manejar otras "cuentas" fuera de las inferiores.

Figura 26

111111	222222	333333	444444	555555	666666
111111	222222	333333	444444	555555	666666
111111	222222	333333	444444	555555	666666
111111	222222	333333	444444	555555	666666
111111	222222	333333	444444	555555	666666
111111	222222	333333	444444	555555	666666
111111	222222	333333	444444	555555	666666
111111	222222	333333	444444	555555	666666
111111	222222	333333	444444	555555	666666
<u>111111</u>	<u>222222</u>	<u>333333</u>	<u>444444</u>	<u>555555</u>	<u>666666</u>
1111110	2222220	3333330	4444440	5555550	6666660

Figura 26 (Cont)

777777	888888	999999	111	323	123	232	123456789	987654321
777777	888888	999999	222	323	123	232	123456789	987654321
777777	888888	999999	333	232	321	444	123456789	987654321
777777	888888	999999	444	232	321	555	123456789	987654321
777777	888888	999999	555	323	456	666	123456789	987654321
777777	888888	999999	666	323	456	654	123456789	987654321
777777	888888	999999	777	232	654	456	123456789	987654321
777777	888888	999999	888	232	654	123	123456789	987654321
777777	888888	999999	999	323	789	987	123456789	987654321
777777	888888	999999	7	323	342	325	123456789	987654321
7777770	8888880	9999990	5002	2866	4239	4674	1234567890	9876543210

Nota: Todo ejercicio que le cause dificultades en su desarrollo, deberá practicarlo hasta lograr su dominio absoluto. Estas combinaciones numéricas, las recomiendo después de comprobar que constituyen un adiestramiento ideal. No las pase por alto por ningún motivo.

* * *

A modo de comentario final le hago presente que, algunas cifras son muy fáciles de sumar a otras como más tarde lo verá en la práctica. Estas cifras son por lo general, las que se aproximan a la decena superior.

Suponga que tiene que sumar 23 más 19. Al agregar en el "Zumor" sobre la cifra 23, la cifra 19, verá que es más fácil agregar de inmediato 20 y quitar 1. Un caso similar sería sumar 240 más 180. Al anotar sobre 240 la cifra 180 verá que es posible hacer la operación agregando de inmediato 200 y quitando 20.

La misma Suma 999.999 más 999.999 más... etc., cuyo resultado es $9.999.990$, puede resolverse en la siguiente forma. Después de anotar el primer "sumando" 999.999 los otros se pueden ir sumando agregando $1.000.000$ y quitando 1. Pruebe hacer nuevamente esta Suma con esta nueva modalidad.

Capítulo 4

LA RESTA EN EL ÁBACO "ZUMOR".

El estudio de esta operación le será mucho más fácil, ya que es lo contrario de la Suma.

Su estudio está dividido en 3 grupos, los que deberá ir aprendiendo en forma ordenada de acuerdo con el Texto. No debe ejecutar otros problemas de Resta fuera de los indicados, mientras no haya terminado satisfactoriamente el estudio del último Grupo.

Primer Grupo.

Para restar se procede a anotar en el "Zumor", primero la cantidad mayor (minuendo). Una vez anotada se procede a quitarle "cuentas" por un valor equivalente a la cantidad menor (sustraendo). Las "cuentas" que quedan apoyadas a "Z" representarán el resultado de la operación. Esta explicación la podrá apreciar más claramente en la Figura 27.

PROBLEMA:

$$4.879 - 3.625 = 1.254$$

Figura 27	
Poner el "Zumor" en CERO	
Anotar el minuendo, o sea 4.879	
Empezar a descontar el sustraendo en la forma siguiente: TRES MIL (quitarlos)	
SEISCIENTOS (quitarlos)	
VEINTE (quitarlos)	



El resultado se lee en las "cuentas" que quedan apoyadas a "Z". Los movimientos de las "cuentas" se hacen con el dedo Pulgar que maneja las "cuentas" inferiores y el dedo Índice que manejará de preferencia las superiores. Sin perjuicio de que actúe a veces como ayudante en las "cuentas" inferiores.

Basándose en esta sencilla explicación ejecute todas las Restas de la Figura 28, hasta habituarse a su desarrollo.

Figura 28

4876	6525	8321	9777	3993	5428	3745	185672
<u>1251</u>	<u>5020</u>	<u>3211</u>	<u>8762</u>	<u>1232</u>	<u>415</u>	<u>1120</u>	<u>55512</u>
3625	1505	5110	1015	2761	5013	2625	130160
8765	4988	3553	1785	1922	1541	5318	48787
<u>6155</u>	<u>4987</u>	<u>1552</u>	<u>1125</u>	<u>1312</u>	<u>1030</u>	<u>307</u>	<u>31132</u>
2610	1	2001	660	610	511	5011	17655

* * *

Segundo Grupo.

En este grupo aprenderá a quitar valores superiores a lo solicitado, pero devolviendo el excedente. Esto es idéntico al sistema clásico de "vuelos" obligados por falta de sencillo, estudiado en el 2° Grupo del Capítulo, destinado a la Suma.

Desde luego que en la Resta su función es inversa ya que si a la Barra "Z" le quitamos un valor mayor del debido, habrá que devolverle el excedente para compensar.

Con el fin de prepararle para el estudio de este grupo, aprenda de memoria la sencilla Tabla de Complementos de la Resta.

TABLA DE COMPLEMENTOS DE LA RESTA.

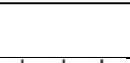
Restar	1	es igual a quitar	5	y devolver	4	o a quitar 10 y devolver	9
	"	"	5	"	3	"	8

"	3	"	5	"	2	"	7
"	4	"	5	"	1	"	6
"	5	"	5	"	–	"	5
"	6	"	10	"	4		
"	7	"	10	"	3		
"	8	"	10	"	2		
"	9	"	10	"	1		

Una vez aprendida perfectamente de memoria la Tabla de Complementos de la Resta, póngala en práctica ejecutando todos los Problemas de la Figura 29.

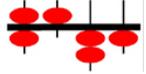
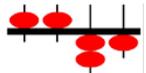
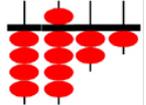
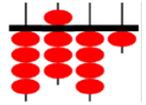
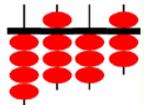
PROBLEMA "A":

$$527 - 289 = 238$$

Figura 29a	
Poner el "Zumor" en CERO	
Anotar la cifra 527	
Como restar a lo anotado la cifra 289: Quitar la "cuenta" superior de valor 500 y devolver 3 "cuentas" inferiores o sea 300. Con esto se logra restar 200	
Quitar ahora una "cuenta" de valor 100 y devolver 2 "cuentas" en las decenas. Con esto ha logrado Restar 80.	
Para restar las 9 unidades y finalizar el Problema se procede a eliminar una "cuenta" de valor 10 y en la corrida de las unidades se devuelve 1 "cuenta" inferior	
El resultado queda indicado en "Z" y es 238.	

PROBLEMA "B":

$$6.521 - 1.684 = 4.837$$

Figura 29b	
Poner el "Zumor" en Cero	
Anotar la cifra 6.521	
Como se sustrae a la anotación 6. 521, 1a cifra 1.684: Quitar mil	
Aquí para poder quitar 600, habría que eliminar 1.000 y devolver 400. Procedemos así: Quitamos 5.000 y devolvemos 4.000 en la "corrida" de los miles. Ahora ya no hay dificultad en devolver los 400, lo que hacemos naturalmente en la "corrida" de las centena;	
Para quitar 80 usamos el "complemento" debido. En este caso quitamos 1 "cuenta" en la corrida de las centenas y devolvemos 2 "cuentas" en las decenas	
Falta completar la operación de restar el 4. Recurrimos al complemento a 10, para ello quitamos 1 "cuenta" inferior en la "corrida" de las decenas y devolvemos en la "corrida" de las unidades "cuentas" por valor de 6. O sea, agregamos a "Z" la "cuenta" superior y 1 inferior, ambas en la "corrida" de las unidades	
El resultado de la operación es por lo tanto: 4.837	

* * *

Ocurre a veces que, entre la "corrida" que debe aportar una "cuenta" y la corrida que obliga a hacer este canje, hay una ó varias "corridas" en CERO.

Para solucionar esto se recurre a la siguiente regla:

1. Elimine de "Z" la "cuenta" de valor superior más inmediata que sea posible obtener.
2. La, o las "corridas" que estén en CERO, transfórmelas en "corridas" en NUEVE.
3. Devuelva el excedente o complemento a la "corrida" que obligó a hacer esta especie de canje, tal como lo haría en caso de haber sido la "corrida"

inmediata de la izquierda la que hubiese aportado la eliminación de una "cuenta" de valor inmediato superior

Practique enseguida esta regla ejecutando los ejercicios de la Figura 30.

PROBLEMA "A":

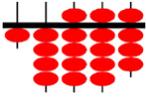
$$4.000 - 4 = 3.996$$

Figura 30a	
Poner el "Zumor" en Cero	
Anotar la cifra 4.000	
Como se resta la cifra 4 unidades: Se elimina, la primera "cuenta" de valor superior que está más a mano. En este caso se trata de la "cuenta" de valor 1.000	
De inmediato toda "corrida" en CERO ubicada entre la que permitió la eliminación de una "cuenta" y la que exigió esta eliminación se transforman en "corridas" con anotación NUEVE	
Sabemos que el complemento de 4 a 10 es 6. Como el canje recién efectuado equivale a restar 10 y lo que se precisa restar es 4, devolvemos el excedente o complemento. En este caso se anota 6 en la "corrida" de las unidades. El resultado queda anotado en "Z" y es como podemos ver la cifra 3.996.	

PROBLEMA "B":

$$15.006 - 8 = 14.998$$

Figura 30b	
Poner el "Zumor" en CERO.	
Anotar la cifra 15.006	
Como se procede a restar 8 en este caso: Para preparar el camino elimine la "cuenta" de valor 5.000 y devuelva	

<p>las 4 inferiores en esa corrida a la Barra "Z". De inmediato los CEROS que hay entre la "corrida" recién mencionada y la "corrida" de las unidades que es la que va a ser restada, se transforman en NUEVES.</p>	
<p>Sabemos que el complemento de 8 a 10 es 2. Al colocar dicho complemento en la "corrida" de las unidades, hemos terminado la resta cuyo resultado es como podemos apreciar : 14.998</p>	

Termine el estudio de este Grupo, poniendo en práctica la Tabla de Complementos de la Resta y las Reglas aprendidas. Para ello desarrolle todos los ejercicios de la Fig. 31, hasta obtener un dominio total en la Resta.

18	180	1800	1998	17	170	1700	1887	16	160	1600	1776
<u>9</u>	<u>90</u>	<u>900</u>	<u>999</u>	<u>9</u>	<u>90</u>	<u>900</u>	<u>999</u>	<u>9</u>	<u>90</u>	<u>900</u>	<u>999</u>
9	90	900	999	8	80	800	888	7	70	700	777
15	150	1500	1665	14	140	1400	1554	13	130	1300	1443
<u>9</u>	<u>90</u>	<u>900</u>	<u>999</u>	<u>9</u>	<u>90</u>	<u>900</u>	<u>999</u>	<u>9</u>	<u>90</u>	<u>900</u>	<u>999</u>
6	60	600	666	5	50	500	555	4	40	400	444
12	120	1200	1332	11	110	1100	1221	10	100	1000	1110
<u>9</u>	<u>90</u>	<u>900</u>	<u>999</u>	<u>9</u>	<u>90</u>	<u>900</u>	<u>999</u>	<u>9</u>	<u>90</u>	<u>900</u>	<u>999</u>
3	30	300	333	2	20	200	222	1	10	100	111
17	170	1700	1887	16	160	1600	1776	15	150	1500	1665
<u>8</u>	<u>80</u>	<u>800</u>	<u>888</u>	<u>8</u>	<u>80</u>	<u>800</u>	<u>888</u>	<u>8</u>	<u>80</u>	<u>800</u>	<u>888</u>
9	90	900	999	8	80	800	888	7	70	700	777
14	140	1400	1554	13	130	1300	1443	12	120	1200	1332
<u>8</u>	<u>80</u>	<u>800</u>	<u>888</u>	<u>8</u>	<u>80</u>	<u>800</u>	<u>888</u>	<u>8</u>	<u>80</u>	<u>800</u>	<u>888</u>
6	60	600	666	5	50	500	555	4	40	400	444
11	110	1100	1221	10	100	1000	1110	16	160	3600	1776
<u>8</u>	<u>80</u>	<u>800</u>	<u>888</u>	<u>8</u>	<u>80</u>	<u>800</u>	<u>888</u>	<u>7</u>	<u>70</u>	<u>700</u>	<u>777</u>
3	30	300	333	2	20	200	222	9	90	2900	999
15	150	1500	1665	14	140	1400	1554	13	130	1300	1443
<u>7</u>	<u>70</u>	<u>700</u>	<u>777</u>	<u>7</u>	<u>70</u>	<u>700</u>	<u>777</u>	<u>7</u>	<u>70</u>	<u>700</u>	<u>777</u>
8	80	800	888	7	70	700	777	6	60	600	666

12	120	1200	1332	11	110	1100	1221	10	100	1000	1110
<u>7</u>	<u>70</u>	<u>700</u>	<u>777</u>	<u>7</u>	<u>70</u>	<u>700</u>	<u>777</u>	<u>7</u>	<u>70</u>	<u>700</u>	<u>777</u>
5	50	500	555	4	40	400	444	3	30	300	333
15	150	1500	1665	14	140	1400	1554	13	130	1300	1443
<u>6</u>	<u>60</u>	<u>600</u>	<u>666</u>	<u>6</u>	<u>60</u>	<u>600</u>	<u>666</u>	<u>6</u>	<u>60</u>	<u>600</u>	<u>666</u>
9	90	900	999	8	80	800	888	7	70	700	777
12	120	1200	1332	11	110	1100	1221	10	100	1000	1110
<u>6</u>	<u>60</u>	<u>600</u>	<u>666</u>	<u>6</u>	<u>60</u>	<u>600</u>	<u>666</u>	<u>6</u>	<u>60</u>	<u>600</u>	<u>666</u>
6	60	600	666	5	50	500	555	4	40	400	444
14	140	1400	1554	13	130	1300	1443	12	120	1200	1332
<u>5</u>	<u>50</u>	<u>500</u>	<u>555</u>	<u>5</u>	<u>50</u>	<u>500</u>	<u>555</u>	<u>5</u>	<u>50</u>	<u>500</u>	<u>555</u>
9	90	900	999	8	80	800	888	7	70	700	777
11	110	1100	1221	10	100	1000	1110	13	130	1300	1443
<u>5</u>	<u>50</u>	<u>500</u>	<u>555</u>	<u>5</u>	<u>50</u>	<u>500</u>	<u>555</u>	<u>4</u>	<u>40</u>	<u>400</u>	<u>444</u>
6	60	600	666	5	50	500	555	9	90	900	999
12	120	1200	1332	11	110	1100	1291	10	100	1000	1110
<u>4</u>	<u>40</u>	<u>400</u>	<u>444</u>	<u>4</u>	<u>40</u>	<u>400</u>	<u>444</u>	<u>4</u>	<u>40</u>	<u>400</u>	<u>444</u>
8	80	800	888	7	70	700	847	6	60	600	666
12	120	1200	1332	11	110	1100	1221	10	100	1000	1110
<u>3</u>	<u>30</u>	<u>300</u>	<u>333</u>	<u>3</u>	<u>30</u>	<u>300</u>	<u>333</u>	<u>3</u>	<u>30</u>	<u>300</u>	<u>333</u>
9	90	900	999	8	80	800	888	7	70	700	777
11	110	1100	1221	10	100	1000	1110	10	100	1000	1110
<u>2</u>	<u>20</u>	<u>200</u>	<u>222</u>	<u>2</u>	<u>20</u>	<u>200</u>	<u>222</u>	<u>1</u>	<u>10</u>	<u>100</u>	<u>111</u>
9	90	900	999	8	80	800	888	9	90	900	999

* * *

Tercer Grupo

La enseñanza de la Resta en lo que respecta a la Teoría está completa. En vista de esto, dedique a pulir sus conocimientos y adquirir rapidez, utilizando los ejercicios finales del Capítulo IV.

Esta operación es tan importante como la Suma, por eso no debe descuidar su atención y su empeño en dominarla a la perfección. Muchas Multiplicaciones abreviadas las resolverá con su concurso. Además no olvide que la Resta jugará un papel importante en la División.

Los ejercicios detallados en la Figuras 32 están destinados a darle rapidez y seguridad en esta operación. Practíquelos a fondo.

Figura 32

1111110	2222220	3333330	4444440	5555550	6666660
111111	222222	333333	444444	555555	666666
111111	222222	333333	444444	555555	666666
111111	222222	333333	444444	555555	666666
111111	222222	333333	444444	555555	666666
111111	222222	333333	444444	555555	666666
111111	222222	333333	444444	555555	666666
111111	222222	333333	444444	555555	666666
111111	222222	333333	444444	555555	666666
111111	222222	333333	444444	555555	666666
<u>111111</u>	<u>222222</u>	<u>333333</u>	<u>444444</u>	<u>555555</u>	<u>666666</u>
0	0	0	0	0	0

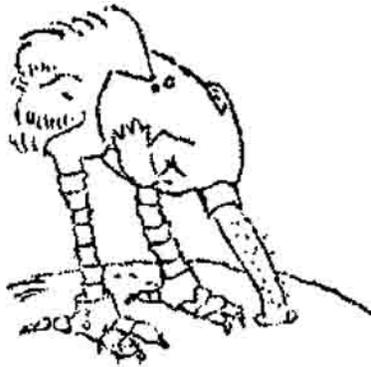
Figura 32 a

7777770	9999990	2866	4674	1234567890	9876543210
777777	999999	323	325	123456789	987654321
777777	999999	323	987	123456789	987654321
777777	999999	232	123	123456789	987654321
777777	999999	232	456	123456789	987654321
777777	999999	323	654	123456789	987654321
777777	999999	323	666	123456789	987654321
777777	999999	232	555	123455789	987654321
777777	999999	232	444	123456789	967654321
777777	999999	323	232	123456789	987654321
<u>777777</u>	<u>999999</u>	<u>323</u>	<u>232</u>	<u>123456789</u>	<u>985654321</u>
0	0	0	0	0	0

Nota.- Debe practicar todos estos ejercicios de Restas repetidas, aunque le parezcan aburridos. Al principio contétese con tener seguridad, después, vendrá poco a poco la velocidad. Por eso Ud. debe insistir hasta lograr su total dominio.

Antes de pasar al próximo Capítulo, haga un examen honrado de sí mismo. Si Ud. lo considera satisfactorio y realmente está preparado para afrontarlo, hágalo. En caso contrario le recomiendo un saludable y tonificante repaso.

Recuerde que las dificultades se transforman en agradables pasatiempos, cuando uno logra vencerlas.



A este simpático personaje, no le gusta afrontar las dificultades. Supongo que a Ud. no le interesará seguir su cómodo ejemplo

Capítulo 5

LA MULTIPLICACIÓN EN EL ÁBACO "ZUMOR"

Existen distintos sistemas para multiplicar, los que se aplican según sea el caso. A pesar de que bastaría con enseñar solo el Sistema "A", considero necesario los otros, para lograr un perfecto dominio del Ábaco.

Un buen nadador debe dominar varios estilos, los que usará según las circunstancias. Un verdadero calculista, también debe dominar varios estilos; ó sistemas, los que usará en su beneficio, según sea el caso.

En todo sistema de multiplicación se recurre al uso de las Tablas de Multiplicar; desde la Tabla del 1 hasta la del 9.

La anotación de todos los productos que se pueden obtener de todas las combinaciones al multiplicar entre sí, los números del 0 al 9. Además de la suma de todos estos productos, formarán el resultado de cualquier Multiplicación que se desee.

Los productos que intervienen en la construcción del resultado de toda multiplicación, constan de mínimo 1 número y máximo 2 números. Siendo la combinación más alta que se usa corrientemente $9 \times 9 = 81$, cuyo producto como podemos ver consta de 2 números. En todos los sistemas de multiplicación desarrollados en un Ábaco, re prescinde de las reservas mentales. Siempre se anotara el producto integro, ya que la reserva al ser entregada al Ábaco, automáticamente se sumará con la cifra que le corresponda.

A pesar de que se supone que el alumno conoce a la perfección las Tablas de Multiplicar, expongo a continuación todos los productos que se usan en una Multiplicación. Estos productos convenientemente ubicados y sumados entre sí forman el resultado de cualquier Multiplicación.

Productos de las tablas de multiplicar del 1 al 9.

0	1	2	3	4
5	6	7	8	9

10	12	14	15	16
18	20	21	24	25
27	28	30	32	35
36	40	42	45	48
49	54	56	63	64
72	81			

SISTEMA "A".

Este sistema viene a ser una variante del que usamos corrientemente. Su diferencia básica radica en el orden en que se efectúa el desarrollo de la operación.

Esto no debe inquietarnos porque no altera en absoluto la exactitud del resultado. Todos sabemos que el orden de los factores de una Suma, jamás alterará, el resultado. Lo perjudicial sería una ubicación errada de los factores, como ubicar por ejemplo decenas en el lugar de las centenas etc.

Si insisto en el Sistema "A" es porque su desarrollo de izquierda a derecha, facilita su escritura enormemente en el "Zumor". La razón del desarrollo de derecha a izquierda del sistema usual de multiplicación, es la reserva, ya que con esto se consigue una abreviación de escritura en el desarrollo. Pero, se corre un riesgo de equivocación muy lógico. Basta observar que, el mayor porcentaje de errores en Multiplicación, se deben a una mala consideración de la reserva, con la que hacemos verdaderos malabarismos mentales.

El Ábaco lo libera por completo de las reservas mentales y disminuye al mínimo la posibilidad de errores. Además de más natural el desarrollo de la operación, puesto que, se ejecuta y escribe de izquierda a. derecha; o sea, en el mismo sentido de nuestra escritura y lectura.

Compare en la Figura 33 el desarrollo de una misma multiplicación ejecutada de tres diferentes maneras:

"W" es la forma usual. "X" como se podría hacer la operación sin reservas mentales.

"A" es el sistema que aplicaremos al Ábaco.

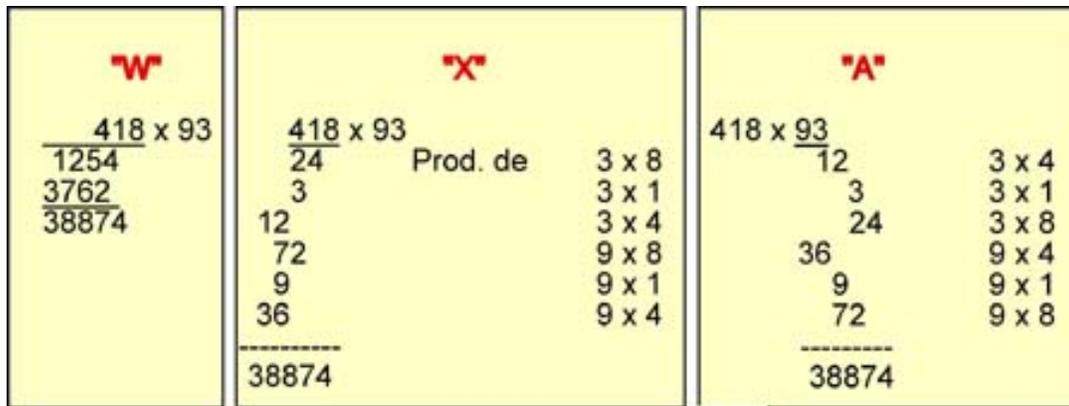


Figura 33

Si estudiamos el desarrollo de la multiplicación "W" y de la "X", vemos que ambos son idénticos en su orden de ejecución. La diferencia estriba en que en el sistema "W", las reservas mentales mezclan los productos obteniéndose una cifra de la actuación del multiplicador 3 y otra cifra del multiplicador 9. Ambas sumadas, dieron por resultado la cifra 38.874.

En el sistema "X" se anotaron íntegros los productos sin mezclarlos entre sí, tanto los obtenidos de la multiplicación por el multiplicador 3 como la del multiplicador 9. Como estos productos fueron anotados en el orden que les corresponde al ser sumados dieron por resultado la cifra 38,874.

En el caso correspondiente al Sistema "A" el orden del desarrollo fue inverso, ya que el Multiplicador actuó sobre el Multiplicando de izquierda a derecha. Además la anotación de los productos se hizo debajo del multiplicador y no debajo del multiplicando como es lo acostumbrado. Pero, si examina la ubicación de los productos, guardan la misma relación entre sí que en los otros Sistemas de Multiplicación desarrollados. En vista de esto el resultado tendrá que ser idéntico o sea 38.874.

Una vez que haya comprendido perfectamente el desarrollo del Sistema "A", vea como se aplica al Ábaco "Zumor".

1. Se anota el "Multiplicando" y el "Multiplicador" en el Ábaco, cuidando de dejar entre ambas cifras varias corridas de separación. Esto debe hacerse con el objeto de no confundir ambas anotaciones por una sola. Siempre en el lado derecho del "multiplicador" dejaremos tantas "corridas" desocupadas como se hayan ocupado para escribir el "Multiplicando". Observe con detención esto en la Figura 34.

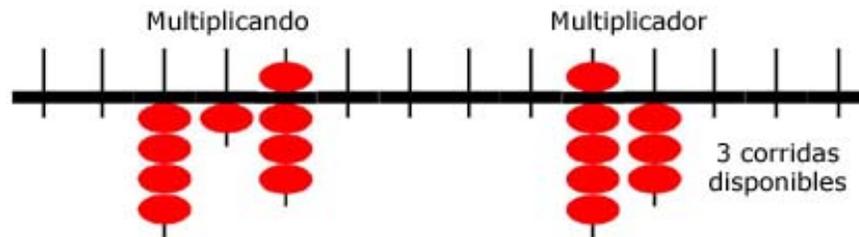


Figura 34

2. Elimine la unidad del multiplicador, en este caso el 3. Este número reténgalo en la memoria y vaya, haciéndolo actuar sobre el "Multiplicando", empezando por su cifra más alta (o sea de izquierda a derecha). Los productos que se obtendrán son: $3 \times 4 = 12$, $3 \times 1 = 3$ y $3 \times 8 = 24$; los que tendrá que anotar al lado derecho de la cifra del "multiplicador".

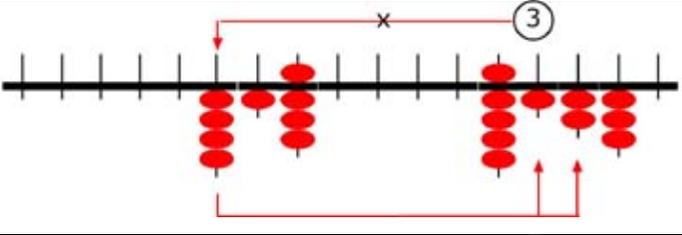
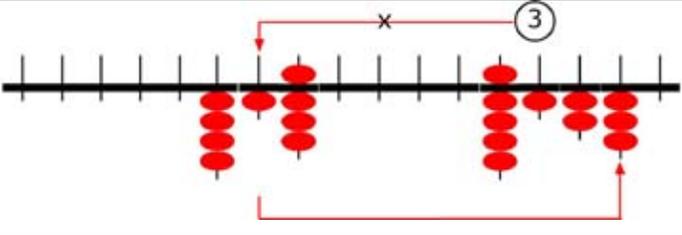
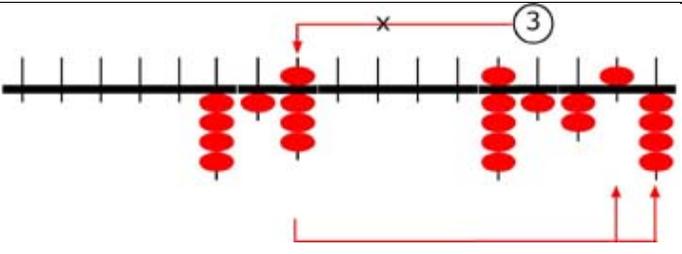
Las instrucciones para efectuar la anotación de estos productos en el "Zumor" son las siguientes:

- A. Si el primer producto para anotar es inferior a 10. Lo anotaremos inmediatamente a la derecha de la "corrida" en la que fue eliminada la unidad del "multiplicador".
- B. Si el producto que inicia la operación es superior a 10. La decena de dicho producto la anotaremos en la "corrida" en la que fue eliminada la unidad del "multiplicador". En cuanto a la unidad de dicho producto se anota en la "corrida" siguiente a la derecha de su decena.
- C. Los siguientes productos que origine el número retenido en la memoria y que sean inferiores a 10 se anotarán a continuación de la unidad del producto anterior o inicial.

En cuanto a los superiores a 10; su decena deberá recaer sobre la unidad del producto anterior ó inicial, y la unidad de este nuevo producto se escribirá en la "corrida" siguiente. Todos los ceros de los productos que intervengan en la construcción del resultado de una multiplicación, a pesar de no escribirse en el Ábaco, se deberá considerar su debida ubicación y respetarlos.

De acuerdo con las reglas recién explicadas, veamos cómo se ejecuta la operación del 3 retenido mentalmente por los distintos números que forman el "multiplicando".

Para mayor claridad en los diseños que siguen, el número retenido mentalmente está indicado sobre la "corrida" de la que fue borrado, encerrado en un círculo. El proceso deberá leerse a partir de dicho círculo siguiendo la dirección de la flecha, hasta donde esta termina.

<p>En consecuencia la Figura 35 indica la operación 3×4 igual 12, producto que anotamos según la Regla "B".</p>	
<p>La Figura 36 indica la operación 3×1 igual 4, producto que anotamos según la Regla "C".</p>	
<p>La Figura 37 indica la operación 3×8 igual 24, producto que anotamos según la Regla "C".</p>	

Al terminar su actuación, la unidad del "multiplicador" sobre los distintos números que componen la cifra del "multiplicando".

Procedemos a borrar del ábaco la decena del "multiplicador para retenerla en la memoria y hacerla actuar sobre la cifra del "multiplicando". Esta actuación será idéntica a lo explicado en las figuras 35, 36, y 37 y de acuerdo a las reglas "A", "B" y "C".

A continuación se podrá ver este proceso en las figuras 38, 39 y 40, dando esta última el resultado de la operación, que es 38.874.

<p>Figura 38</p>	
<p>Figura 39</p>	
<p>Figura 40</p>	

Al terminar la operación en el "Zumor" han quedado los siguientes datos:

418, que es la cifra correspondiente al "multiplicando" de la operación recién desarrollada.

38.874, que es el resultado de la operación efectuada. En cuanto al "multiplicador" desapareció por completo.

La razón por la cual el "multiplicador" se borra del "Zumor" para usarlo en forma mental, es porque si lo dejásemos en el Ábaco, alteraría con su valor el resultado de la operación. Esto no ocurre al desarrollar una multiplicación en un papel, puesto que, antes de empozar la operación, trazamos una raya y sumamos solamente los totales que se escriban debajo de ella.

* * *

Una excelente práctica es desarrollar multiplicaciones primero en un cuaderno cuadriculado de Aritmética y después aplicarlas al "Zumor". Listo se hará naturalmente mientras se adquiere el sentido de la ubicación de los productos que forman el resultado. Después, prescindir de dicho Cuaderno y actuar directamente en el Ábaco "Zumor".

A continuación describo varios problemas de multiplicación los que deberá desarrollar primero en el Cuaderno mencionado y después directamente en su Ábaco.

$$\begin{array}{r}
 4.506 \times 54 \\
 \hline
 16 \\
 20 \\
 00 \\
 24 \\
 20 \\
 25 \\
 00 \\
 30 \\
 243324
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3.708 \times 32 \\
 \hline
 6 \\
 14 \\
 00 \\
 16 \\
 9 \\
 21 \\
 00 \\
 24 \\
 118656
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 7.854 \times 38 \\
 \hline
 56 \\
 64 \\
 40 \\
 32 \\
 21 \\
 24 \\
 15 \\
 12 \\
 298452
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 8.347 \times 607 \\
 \hline
 56 \\
 21 \\
 28 \\
 49 \\
 48 \\
 18 \\
 24 \\
 42 \\
 5066629
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 604 \times 305 \\
 \hline
 30 \\
 00 \\
 20 \\
 18 \\
 00 \\
 12 \\
 184220
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 43.469 \times 85 \\
 \hline
 20 \\
 15 \\
 20 \\
 30 \\
 45 \\
 32 \\
 24 \\
 32 \\
 48 \\
 72 \\
 3694865
 \end{array}$$

Nota.-

Cuando la cifra del "multiplicador" tiene un Cero como en el caso s 8.347×607 . Después de haber actuado el 7 del "multiplicador" se continúa de inmediato con el 6 de dicho "multiplicador". Los productos que se obtienen de la actuación del 6 se anotan considerando la ubicación de este. Esto da la debida consideración a que obligarían los productos de la multiplicación del Cero sobre los números que componen el "multiplicando".

Esto está demostrando que la anotación del "multiplicador" en el Ábaco, es más bien una especie de guía, para saber cuál es el punto de partida de anotación de los distintos productos que se obtengan.

Ahora resuelva por su cuenta y riesgo todos los problemas de la Figura 41. Tenga cuidado con la ubicación de las cifras, tanto al escribir el multiplicando y el multiplicador, como durante el desarrollo de la operación. Si alguna de estas

multiplicaciones le es difícil, recurra al papel cuadriculado. Una vez estudiada la operación aplíquela al "Zumor" y corrija los errores que pueda haber tenido.

Figura 41

$$\begin{array}{rcccc}
 111 \times 111 = & 666 \times 666 = & 123 \times 45 = & 456 \times 23 = \\
 222 \times 222 = & 777 \times 777 = & 123 \times 56 = & 456 \times 45 = \\
 333 \times 333 = & 888 \times 888 = & 123 \times 67 = & 456 \times 56 = \\
 444 \times 444 = & 999 \times 999 = & 123 \times 78 = & 456 \times 67 = \\
 555 \times 555 = & 123 \times 123 = & 123 \times 89 = & 456 \times 78 = \\
 1205 \times 54 = & 3584 \times 405 = & 3408 \times 37 = & 4968 \times 706 = \\
 8770 \times 58 = & 4900 \times 805 = & 3640 \times 60 = & 4000 \times 300 =
 \end{array}$$

Enseguida todos los problemas de la Figura 41 desarróllelos haciendo actuar los "multiplicando" como "multiplicador" y los "multiplicadores" como "multiplicandos". Esto no deberá causarle dificultad alguna ciñéndose a las Reglas estudiadas y servirá para probarlo una vez más que el orden de los factores no altera el resultado. Igual resultado obtendrá multiplicando 3.584×405 que, multiplicando 405×3.584 .

* * *

MULTIPLICACIONES CON DECIMALES.

El único cuidado que se debe tener es en la anotación inicial del "multiplicando" y del "multiplicador". Esta anotación correctamente efectuada le permitirá una lectura fácil del resultado, tanto de los enteros como de los decimales que este tenga.

El cuidado inicial de la anotación es:

Dejar al lado derecho de la anotación del "multiplicador", tantas "corridas" disponibles como números enteros tenga el multiplicando.

Pero, estas "corridas" se empezarán a contar partiendo de la cuarta "corrida" del lado derecho del "Zumor" si los decimales de ambos factores son 3 ó menos de 3.

En caso de ser 6 decimales ó menos de 6 pero más de 3 decimales empezaremos a contar desde la séptima "corrida" a partir del lado derecho del "Zumor".

Supongamos que se va a desarrollar la siguiente multiplicación:

PROBLEMA "A":

$$458,34 \times 76,9$$

La anotación del multiplicando y del multiplicador se deberá hacer en el "Zumor" en la forma indicada en la Figura 42.

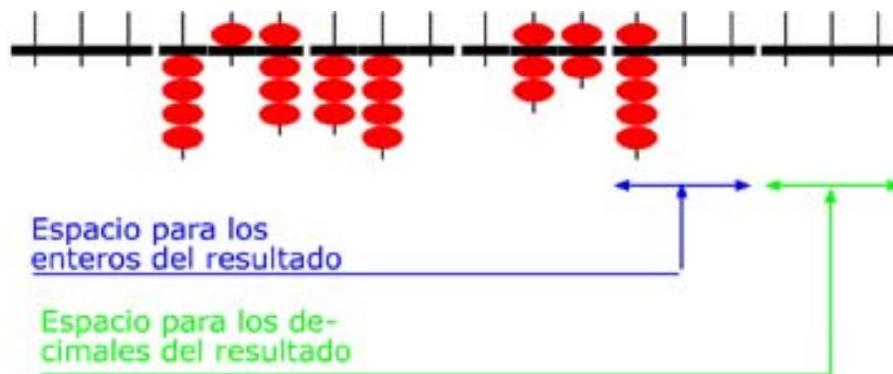


Figura 42

El desarrollo de la operación es idéntico a lo ya explicado. Pero, al obtener el resultado según la Figura 43. Leeremos como decimales, las cifras que están ubicadas inmediatamente después de la cuarta "corrida" a partir del lado derecho del "Zumor"

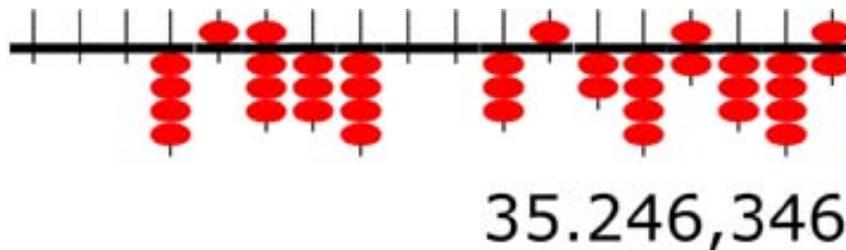


Figura 43

Supóngase que debemos efectuar una multiplicación cuyos factores tienen muchos decimales y para el resultado de ella no nos interesan más de 3 decimales. La operación, aplicable al "Zumor" en este caso sería la siguiente:

1. Para anotar el multiplicando y el multiplicador, tendremos en cuenta como de costumbre, las cifras enteras de ambos factores.

Si observamos la ubicación del multiplicador en la. Figura 44; vemos que no permitirá la multiplicación total de la cifra del multiplicando, por lo menos en los tres primeros números que se utilicen del multiplicador.

2. Con el objeto de obtener exactitud en el resultado, a pesar que este constará de solo 3 decimales, recurrimos a la siguiente regla:

"Se multiplicará en la forma ya conocida colocando los productos, hasta donde sea posible en el "Zumor".

"Prescindiremos de los productos que salen fuera del ábaco, pero, considerando con reserva de 1, la que se anotará en la última "corrida" empleada, si la cantidad que queda fuera del Ábaco es 5 o superior a 5."

Como los movimientos de las "cuentas" para ir acumulando los productos le son conocidos, detallaré el desarrollo de la operación con números. Esto lo hago con el fin de dar mayor claridad a la explicación y ahorrar al mismo tiempo espacio en el Texto.

Nota.

Como guía para saber cuál era la "corrida" donde estaba el número que vamos a usar de multiplicador. Coloque a manera de señal su dedo índice de la mano izquierda, en el marco inferior del "Zumor", frente a la "corrida" que tenía anotado el número que está empleando en forma mental.

Esto deberá hacerse en cuanto se borra dicho número, con lo que se evita la posibilidad de saltar o pasar por alto algún número del multiplicador. Sobre todo en operaciones de gran envergadura. En cuanto a perder el sentido de la ubicación una

La anotación de los factores en el "Zumor" sería según podemos ver en la Figura 45.

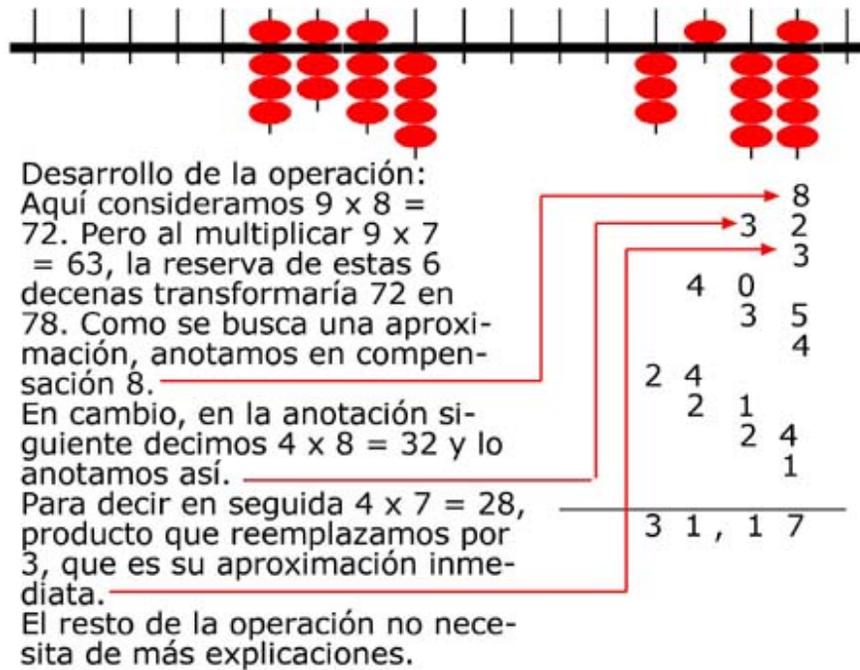


Figura 45

Como se desea obtener dos decimales únicamente en el resultado, hacemos cuenta que la última "corrida" del lado derecho del Ábaco no existe. Por lo tanto en dicha "corrida" no efectuaremos anotación alguna.

Se debe tener cuidado que todo número de valor 5 o superior a 5 que recaiga sobre la última "corrida", debe considerarse como 1 decena la que anotaremos desde luego en la penúltima "corrida" del lado derecho del "Zumor".

* * *

Sistema de "B".

Este sistema es de gran utilidad cuando se trata de elevar una cifra cualquiera a la 3ª, 4ª ó 5ª potencia. Esto es, multiplicar una cifra por sí misma y el resultado volver a multiplicarlo por la cifra inicial que lo originó etc.

Esta parte de la enseñanza será de utilidad únicamente a aquellas personas que por razones de su trabajo están vinculadas a estas operaciones.

Quienes no tengan necesidad de elevar Cifras a la 3^a, 4^a o 5^a potencia, pueden prescindir de este sistema de multiplicación, el que ahorra tiempo únicamente a partir de la 3^a potencia...

La ubicación de los productos que van formando el resultado es entre la anotación del Multiplicando y la anotación del Multiplicador.

La forma de anotación de dichos productos es acumulativa y similar a lo estudiado en el Sistema "A".

En cuanto al número del multiplicador que debe recaer sobre toda la cifra del multiplicando; se borra del Ábaco inmediatamente antes de terminar su actuación. Justamente cuando se va a escribir sobre él el último producto que se obtiene del Multiplicando.

Además aunque le parezca extraño, el número del Multiplicador que empieza a operar es el más alto de éste. O sea, el primero a contar desde la izquierda del Multiplicador.

Desde luego que la razón por la cual desaparecen del "Zumor" los números que componen la Cifra del Multiplicador, es la misma que di para el Sistema "A"

A continuación ven como efectúa una Multiplicación con este Sistema "B".

1. La anotación con "Zumor" para ejecutar el desarrollo de la multiplicación

$$423 \times 423 \times 423 \times 423$$

será según la Figura 46. Observe el gran número de corridas que han quedado disponibles entre ambos factores.



Figura 46

Nota.- Como verá más adelante, en este sistema es preferible colocar a la derecha en el "Zumor", la cifra constituida por más números. En cuanto a la más pequeña se escribe en el lado izquierdo del "Zumor".

Si va a desarrollar una simple multiplicación, puede disminuir la separación de ambos factores, dejando como mínimo tantas "corridas" como haya precisado al escribir la cifra del lado izquierdo más dos "CORRIDAS". Esta separación mínima debe considerarse con el objeto de no confundir, las cantidades que van a intervenir, con la cifra que ha anotado en el lado izquierdo.

El objeto de dejar tantas "corridas" de separación según la Figura 46 es porque vamos a elevar la cifra 423 a la 4ª potencia.

2. Usaremos como guías a modo de orientación los dedos Índice y Meñique de la mano Izquierda. Los que deberá situar en el marco inferior del Ábaco "Zumor" en la forma indicada en la Figura 47.

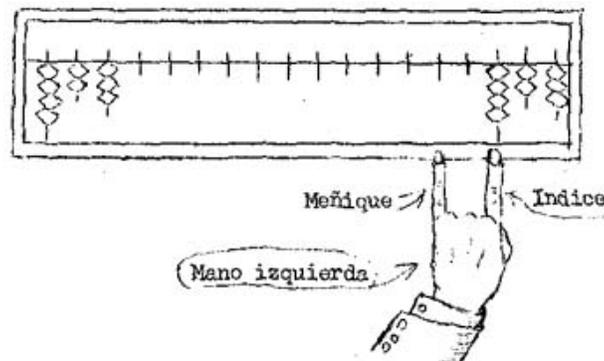


Figura 47

Esto es muy importante como ubicación en este sistema. Como Ud. ve el dedo Índice se ubica frente al primer número del multiplicador que actuará sobre el multiplicando. El dedo Meñique, se sitúa frente a la corrida que hallamos por el procedimiento de contar hacia la izquierda del Multiplicador, a partir de la cifra que va actuar: TANTAS "CORRIDAS" COMO OCUPA EL MULTIPLICANDO.

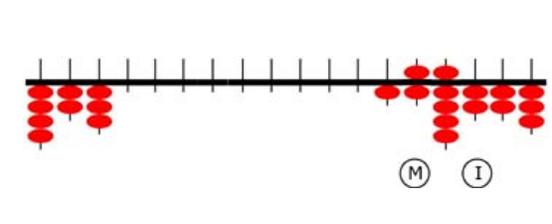
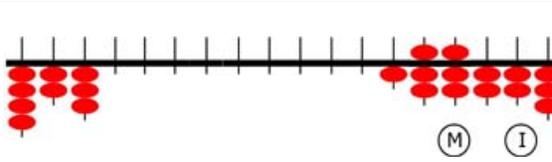
3. Iniciaremos la operación después de estos preparativos en la forma siguiente:

El número señalado por el dedo Índice izquierdo, actuará sobre el Multiplicando recorriéndolo de izquierda a derecha en forma similar al sistema "A". Pero, todos los productos que se obtienen de esto se anotan delante del número del multiplicador que los origina, teniendo cuidado de borrar dicho número antes de escribir el último producto que logre en su actuación. Siempre que el primer producto que se obtenga conste de dos números, la decena de dicho producto se escribirá una "Corrida" hacia la izquierda del dedo Meñique. La unidad de dicho producto se anotará en la "corrida" que indica el dedo Meñique. El resto de la operación se desarrolla en la forma de costumbre, anotando siempre sobre la unidad del producto anterior, la decena del producto siguiente.

En cuanto a los Ceros que pueden intervenir durante el transcurso de una operación, debe considerársele su correcta ubicación y respetarla rigurosamente.

En las Figuras siguientes los signos **M** e **I**, indican la ubicación de los dedos Meñique e Índice respectivamente.

Observe ahora el desarrollo de la operación en la Figura 48, 49 y siguientes:

<p><i>Figura 48. Siga la flecha la que indica la operación 4×4 y la anotación de su producto (16).</i></p>	
<p><i>Figura 49. Ahora la flecha le indica la operación 4×2 y la anotación del producto 8 en el Ábaco.</i></p>	
<p><i>Figura 50. Como el número del Multiplicador va a actuar sobre el último número del Multiplicando, se borra del "Zumor". Enseguida multiplicamos 4×3 y anotamos el producto 12.</i></p>	
<p><i>Figura 51. Ahora cambie la ubicación de sus dedos Meñique e Índice, una "corrida" hacia la derecha, sin variar la separación que existía entre ambos.</i></p>	

Según podemos apreciar los dedos Meñique e Índice, nuevamente señalan el primero, la ubicación de la primera unidad que se obtendrá enseguida. En cuanto al Índice, señala cuál es el número del Multiplicador que va a actuar.

<p>Figura 52. La anotación del producto de $2 \times 4 = 8$ se anota en la "corrida" indicada por el dedo Meñique de la mano izquierda.</p>	
<p>Figura 53. El producto de $2 \times 2 = 4$ se anota en la "corrida" que indica el término de la flecha.</p>	
<p>Figura 54. Borre del Ábaco el número 2 del multiplicador y en su reemplazo anote el producto de 2×3 ó sea 6</p>	
<p>Figura 55. Corra la ubicación de los dedos Meñique ó Índice de la mano izquierda situándolos en el marco inferior frente a las "corridas" que indica la figura.</p>	
<p>Figura 56. El producto de $3 \times 4 = 12$ se anote según indica el término de la flecha.</p>	
<p>Figura 57. El producto de $3 \times 2 = 6$ se anota según indica el término de la flecha.</p>	
<p>Figura 58. Borre del "Zumor" el número 3 del multiplicador y anote en su reemplazo el producto de $3 \times 3 = 9$.</p>	

La operación 423×423 ha dado como resultado la cifra 178,929. Si observa su ábaco, verá que en su extremo izquierdo ha quedado el multiplicando, en cambio en el lado derecho, el multiplicador ha desaparecido para ser reemplazado por el resultado.

Ahora bien, como hay espacio más que suficiente para multiplicar 423×178.929 , lo haremos basándonos en el Sistema "B", con lo obtendremos la 3ª potencia de 423.

El procedimiento a desarrollar es idéntico a lo explicado en las Figuras 48 al 58. Únicamente que ahora, la cifra del Multiplicador está compuesta de más números, por lo tanto no experimentará dificultad alguna al ejecutar dicha operación.

El correcto desarrollo de esta nueva multiplicación dará un resultado como el que se indica en la Figura 59.

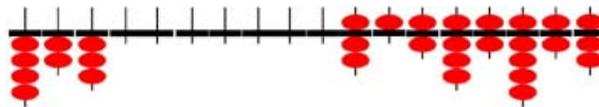


Figura 59

El resultado de la operación recién efectuada es 75.686,967. Como en un Ábaco de 18 "corridas" hay espacio más que suficiente, proceda a multiplicar este resultado nuevamente por 423, aplicando el Sistema "B".

El correcto desarrollo de esta nueva multiplicación, dará un resultado como el que indico en la Figura 60.

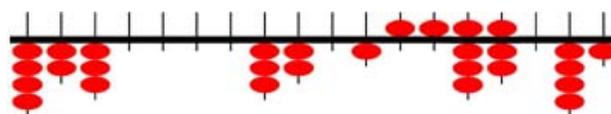


Figura 60

El resultado de la operación es cómo podemos ver en la. Figura 60, la cifra 32.015.587.041. Como el desarrollo por el Sistema "B", economiza espacio y permite este tipo de multiplicaciones en serie, si quisiera aún podría efectuar una

última multiplicación. Al aprovechar el resultado recién obtenido para multiplicar nuevamente a la cifra 423, tendría como resultado la 5ª potencia de 423.

* * *

Sistema "C".

Es útil cuando se trata de hacer multiplicaciones de factores que ya se tienen anotados en un papel, por lo tanto al alcance de su vista.

Si bien es cierto que permite aprovechar al máximo la capacidad del Ábaco, deberá usarse sólo en tareas de revisión de operaciones relativamente pequeñas.

Lo más valioso de este sistema es que permite efectuar multiplicaciones en forma acumulativa. Con esto es posible hacer varias multiplicaciones una sobre otra, obteniéndose en el "Zumor" una cifra equivalente a la Suma de los resultados de todas las multiplicaciones desarrolladas.

Efectuemos a modo de explicación la revisión de una Factura de la que nos interesa verificar únicamente el resultado total de ella.

24 cajas.	Duraznos "Estrella" c/u	\$ 11.500	199.800
7 cajas	Arvejititas "Polo" c/u	\$ 8.325	30.240
36 cajas	Porotitos "Polo" c/u	\$ 4.320	<u>162.000</u>
Subtotal			392.040
Conducción Fábrica a Estación			<u>600</u>
Total			392.640

1. Si va a multiplicar 8.325×24 , deberá fijarle una ubicación imaginaria a 8.325 en el extremo derecho del "Zumor". Esta ubicación será en las mismas "corridas" que ocuparía para escribir esta cifra en el Ábaco. Para una mejor comprensión de los dibujos, indicaré esta cifra encerrada en un rectángulo, como puede ver en la Figura 61.

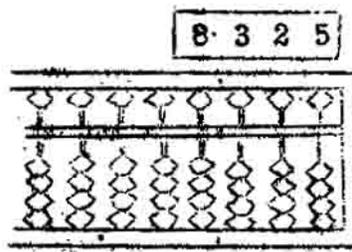


Figura 61

2. Tomamos la unidad del Multiplicador, la que actuará sobre cada uno de los números del Multiplicando de izquierda a derecha. Los productos que se obtienen los anotamos en el "Zumor", considerando la ubicación mental de los números del Multiplicando que los originen.

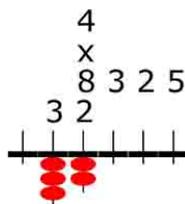


Figura 62

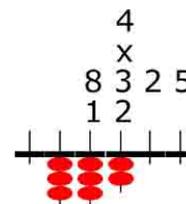


Figura 63

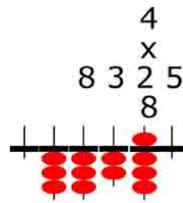


Figura 64

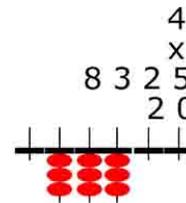


Figura 65

En las Figuras 62, 63, 64 y 65 podemos ver entre paréntesis todo el proceso mental y las fichas que se utilizan en el desarrollo de la operación, a medida que el multiplicador 4 va actuando sobre los números del Multiplicando.

Al terminar de usar el 4 en la unidad (5) del Multiplicando, queda en el "Zumor" el producto de la operación 8.325×4 . Las pequeñas flechas ubicadas debajo de los distintos productos, señalan las "corridas" que deben usarse respectivamente.

3. Ahora para multiplicar 8.325×20 , ya que en realidad lo hemos hecho sólo por 4, corremos la ubicación mental que teníamos para 8.325, un lugar hacia la izquierda. La actuación de la decena del multiplicador sobre el multiplicando se ejecuta en la forma que se indica en las Figuras 66, 67, 68, 69 y 70. Naturalmente que todos los productos que se obtengan se anotarán sobre la cifra que ya hemos logrado hasta la Figura 66.

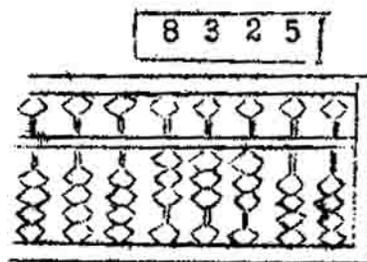


Figura 66

Al terminar de actuar el 2 según la Figura 70, tendremos en el "Zumor" el total de la multiplicación 8.325×24 .

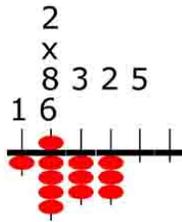


Figura 67

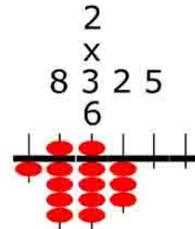


Figura 68

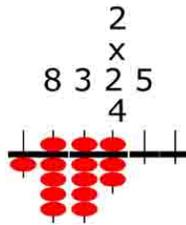


Figura 69

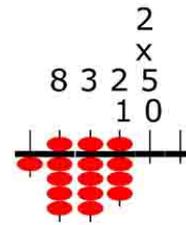
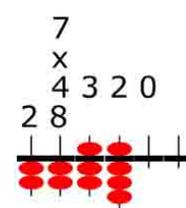
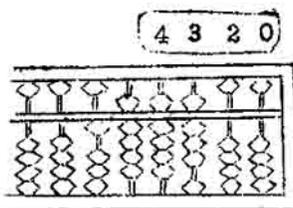


Figura 70

Nota. Supongamos que la multiplicación fuese 8.325×724 . Para continuar con el desarrollo del problema, bastará correr la ubicación mental de 8.325 otro lugar hacia la izquierda. Enseguida multiplicaríamos por 7 el multiplicando en su nueva posición y anotando los productos sobre el total obtenido hasta la Figura 70.

Como se trata de la revisión del total de la Factura en cuestión, las siguientes multiplicaciones las efectuaremos por el Sistema "C", colocando en forma acumulativa los nuevos productos sobre el ya obtenido.

El paso siguiente es multiplicar 4.320×7 . Para ello, ubicamos mentalmente las corridas que ocuparía la cifra 4.320 en el "Zumor". Hacemos actuar el Multiplicador 7 sobre 4.320, pero anotando sus productos en el "Zumor", sobre el resultado obtenido de la multiplicación anterior. Las Figuras 71, 72, 73 y 74, representan esta nueva operación.



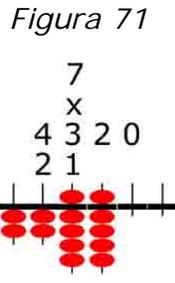


Figura 73

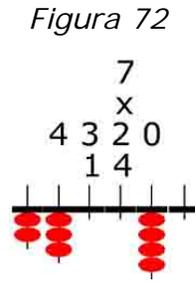


Figura 74

En el "Zumor" según la Figura 74 se ha formado la Cifra 230.040 la que equivale a la suma de los resultados de las dos multiplicaciones ejecutadas.

Continuamos ahora con la multiplicación 4.500×36 , la que desarrollaremos también por el Sistema "C", colocando sus productos sobre el total obtenido hasta el momento.

El procedimiento es el mismo. Primero ubicamos mentalmente en el "Zumor", la cifra 4.500. Enseguida hacemos actuar la unidad del Multiplicador, que es en este caso el 6 y anotamos todos sus productos en el orden indicado en las Figuras 75, 76 y 77.

Una vez terminada la actuación del Multiplicador 6, corremos la ubicación mental de la cifra 4.500 un lugar hacia la izquierda según Figura 78. El nuevo Multiplicador 3 se desempeñará en la forma ya explicada según puede observar en las Figuras 79 y 80.

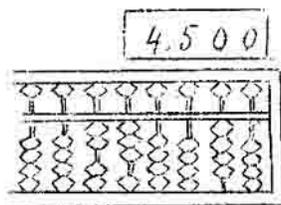


Figura 75

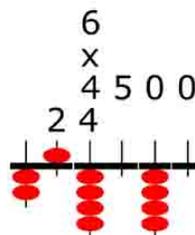


Figura 76

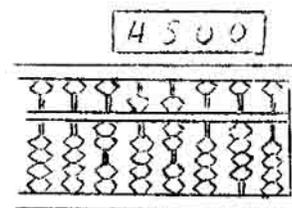
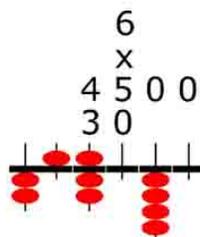


Figura 77

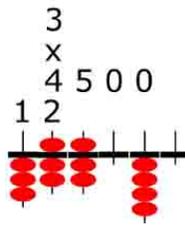


Figura 79

Figura 78

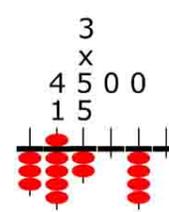


Figura 80

Al terminar esta última multiplicación en la Figura 80, vemos que se ha obtenido un total de 392.040, el que representa la suma de los resultados de las tres multiplicaciones efectuadas.

Falta completar la revisión de la Factura agregando la conducción desde la Fábrica a la Estación de embarque o sea, \$600. El total que se obtiene ahora es \$ 392.640. con lo que se da por finalizada la revisión.

Este Sistema, ejecutado en forma cuidadosa, es ideal para calcular en forma rápida: presupuestos, Notas de Compra, revisión de Facturas. etc.

* * *

MULTIPLICACIONES ABREVIADAS

También en el ábaco "Zumor", es posible efectuar abreviaciones en la Multiplicación. Para ello, adapte al Ábaco todo sistema que estime interesante y útil. A continuación le doy algunas ideas para que las utilice en su beneficio.

Multiplicar por: 9, 99; 999 etc.

Cuando el Multiplicador se aproxima a la decena superior, se amplifica el Multiplicando por la decena superior a la del Multiplicador. Enseguida se resta a esta nueva cifra, el valor del Multiplicando, *tantas veces como unidades faltan al multiplicador para llegar a la decena superior*.

Esto se presta a una serie de combinaciones las que puede apreciar en los ejemplos de la Figura 81.

Figura 81	
Problema: 357×9 Solución: $\begin{array}{r} 3570 \\ -357 \\ \hline 3207 \end{array}$	Problema: 4874×99 Solución: $\begin{array}{r} 487400 \\ -4874 \\ \hline 482526 \end{array}$
Problema: 7854×999 Solución: $\begin{array}{r} 7854000 \\ -7854 \\ \hline 7846146 \end{array}$	Problema: 8524×990 Solución: $\begin{array}{r} 8524000 \\ -85240 \\ \hline 8438760 \end{array}$
Problema: 6254×998 Solución: $\begin{array}{r} 6254000 \\ -6254 \\ \hline 6247746 \\ -6254 \\ \hline 6241492 \end{array}$	Problema: 6254×989 Solución: $\begin{array}{r} 6254000 \\ -6254 \\ \hline 6247746 \\ -62540 \\ \hline 6185206 \end{array}$

Multiplicación por 12.

Lo usual es generalmente, sumar dos veces el multiplicando y agregar a esto total la cifra del multiplicando amplificada por 10. Ver Figura 82.

Figura 82

PROBLEMA:

$$345 \times 12 = 4.140$$

Solución:

$$\begin{array}{r} 345 \\ 345 \\ \hline 3450 \\ \hline 4140 \end{array}$$

La dificultad de este sistema se presenta, cuando hay que memorizar una cifra muy grande, la que: hay que anotar prácticamente tres veces en el ábaco.

En vista de esto recomiendo una abreviación que permite multiplicar cualquier cifra por 12, sin memorizar en absoluto. Esto representa una comodidad y seguridad muy grande sobre todo cuando la cifra a multiplicar por 12 está compuesta de muchos números.

Este sistema se apoya en la sencilla Tabla del 11 y su funcionamiento es el siguiente (Figura 83).

Figura 83

$$3.574 \times 12 = 42.888$$

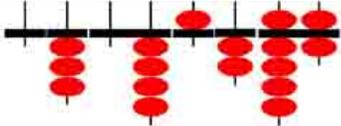
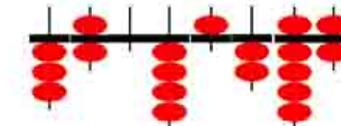
Solución:

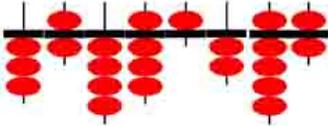
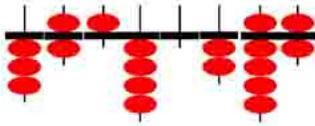
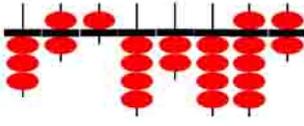
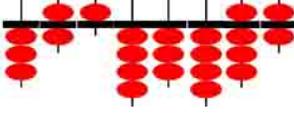
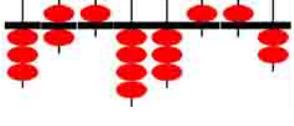
$$\begin{array}{r}
 3\ 5\ 7\ 4 \times 1\ 2 \\
 3\ 3 \\
 5\ 5 \\
 7\ 7 \\
 4\ 4 \\
 \hline
 4\ 2\ 8\ 8\ 8
 \end{array}$$

Si contamos la cantidad de números que hay que escribir en ambos sistemas, veremos que es la misma. Pero, la ventaja es que, basta mirar un número entre el 1 y el 9, para saber de inmediato cual es el producto al ser multiplicado por 11. Si sumamos a este producto, el número que lo ha originado, tenemos el equivalente al producto de la multiplicación por 12. Unidos correctamente estos productos formarán el resultado de la multiplicación por 12 de cualquier cifra o Multiplicando. Veamos ahora la aplicación de este sistema en el Ábaco "Zumor", en el problema siguiente:

PROBLEMA:

$$3.045.296 \times 12$$

<p>Anotar el Multiplicando (Figura 85) en el lado derecho del "Zumor".</p>	 <p>Figura 85</p>
<p>Sumamos al primer número del Multiplicando a contar de la izquierda el producto de la multiplicación por 11. Como la tabla del 11 es muy sencilla, no hay más que agregar a 3 la cifra 33. Esto da como resultado $3+33 = 36$, que es lo</p>	<p>+3 3</p>  <p>Figura 86</p>

<p>quo realmente buscamos Figura 86</p>	
<p>La cifra siguiente es Cero, por lo tanto no lo consideramos y pasamos de inmediato al otro número que es CUATRO. Sumamos a 4 la cifra 44, que es el producto de 4×11. Según la Figura 87 el "Zumor", debe presentar este aspecto.</p>	<div style="text-align: center;"> $+44$  <p>Figura 87</p> </div>
<p>El número siguiente es CINCO. Sumamos a este número la cifra 55 y tendremos en el "Zumor", la anotación que se indica en la Figura 88.</p>	<div style="text-align: center;"> $+55$  <p>Figura 88</p> </div>
<p>Ahora tomamos como base el número DOS, al que le sumamos la cifra 22, según puede ver en la Figura 89.</p>	<div style="text-align: center;"> $+22$  <p>Figura 89</p> </div>
<p>El número siguiente es el NUEVE, por lo tanto a este número, hay que sumarle la cifra 99. (Figura 90)</p>	<div style="text-align: center;"> $+99$  <p>Figura 90</p> </div>
<p>El último número que usamos del Multiplicando es el SEIS, al que le sumamos la cifra 66. Con esto tendremos en el "Zumor", la cifra del resultado de la operación, la que es 36.543.552 (Figura 91).</p>	<div style="text-align: center;"> $+66$  <p>Figura 91</p> </div>

Multiplicación por 13.

Estas multiplicaciones pueden desarrollarse en forma similar a la indicada para la multiplicación por 12. Aquí nuestra ayuda la obtendremos de la Tabla del 12. Para desarrollar una multiplicación por 13, se procede a anotar la cifra del Multiplicando en el extremo derecho del "Zumor". Pero, los productos que colocamos sobre cada uno de los números que forman el Multiplicando serán los correspondientes a la Tabla del 12. Estos productos al sumarse al multiplicando darán como resultado, el equivalente a la multiplicación por 13.

El desarrollo de una multiplicación por 13, llevada al papel sería lo expresado en la Figura 92.

PROBLEMA:

$$5.674 \times 13 = 73.762$$

Problema:	5.674 x 13
Solución:	5674
12 x 5	60
12 x 6	72
12 x 7	84
12 x 4	48
	73762

Figura 92

La adaptación al "Zumor" no le ocasionará ninguna dificultad ya que es similar a lo explicado en la Multiplicación por 12. Como Ud. ve lo único que cambia es la consideración de los productos que se emplean, pues, para multiplicar por 13, deberá usar productos de la Tabla del 12.

* * *

MULTIPLICACIONES ULTRA RÁPIDAS.

Cualquier multiplicación cuyo Multiplicador no pase de 12, puede ser resuelta en un Ábaco, con sólo oír prácticamente la cifra del Multiplicando. Este sistema deberá hacerse con aquellos multiplicadores cuya Tabla no nos exige ningún esfuerzo.

Su ejecución es simple, y bien llevada a la práctica, deja atrás a la Calculadora Eléctrica más veloz.

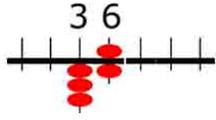
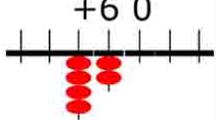
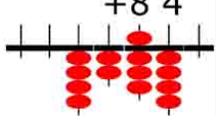
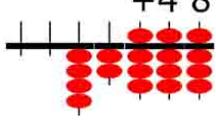
A modo de explicación vea el desarrollo de la Multiplicación 3.574×12 , ejecutada de inmediato en el Ábaco con sólo oír la Cifra del Multiplicando,

Esto Sistema bien estudiado le permitirá hacer Multiplicaciones ultrarrápidas por Multiplicadores como: 11, 5, 2. O sea, por cualquier Multiplicador cuya Tabla no le exija gran esfuerzo mental.

PROBLEMA:

$$3.574 \times 12$$

DESARROLLO:

<p>Desde el momento que decimos tres mil, nuestra reacción deberá ser anotar 36, pero considerando su ubicación en las "corridas" de mil. Ver Figura 93.</p>	 <p style="text-align: center;">Figura 93</p>
<p>Al oír Quinientos, reaccionamos anotando 60, pero considerando que se trata de 60 Centenas o sea 6.000. Ver Figura 94.</p>	 <p style="text-align: center;">Figura 94</p>
<p>Al oír Setenta, anotamos el producto de 7×12 o sea 84 docenas, en buenas cuentas 840. Ver Figura 95.</p>	 <p style="text-align: center;">Figura 95</p>
<p>Por último decimos 4, pero anotamos 48 directamente en el "Zumor", que es el producto de 12 por 4. Ver Figura 96</p>	 <p style="text-align: center;">Figura 96</p>

Naturalmente que este sistema exige un entrenamiento riguroso, pero, compensa hacerlo ya que en el Comercio, se usa muy a menudo como Multiplicador la Cifra

12, o sus múltiplos inmediatos. Para aprovechar este Sistema tiene ideas como las siguientes:

Para Multiplicar por 24: Saque el resultado de la multiplicación por 12 y doble el resultado.

Para multiplicar por 144: Saque el resultado de la multiplicación por 12. Este resultado vuelva a multiplicarlo por 12, aprovechando para ello el Sistema, descrito en las Figuras 84 al 91. Este procedimiento es rapidísimo ya que al oír el Multiplicando obtiene de inmediato en el Ábaco el resultado de su multiplicación por 12. Esta cifra que queda anotada en el ábaco será muy fácil de multiplicar nuevamente por 12, usando el Sistema, basado en la ayuda de la Tabla del 11.

* * *

***LA VERDADERA ARITMÉTICA DEBE SER ABORDADA POR DISTINTOS
CAMINOS, YA QUE LA RUTINA MENOSCABA LA AGILIDAD MENTAL DEL
INDIVIDUO***

Capítulo 6

LA DIVISIÓN EN EL ÁBACO "ZUMOR"

Si bien es cierto que es posible dividir de diferentes maneras, describiré el Sistema más práctico de todos, y que es el empleado por los japoneses.

Los demás sistemas son simples variantes, que tienen el inconveniente de precisar más "corridas" en el ábaco. O bien obligan a una mayor memorización de cifras.

Por esto motivo este Capítulo no presentará a Ud., la gran variedad de Sistemas, que ha podido apreciar en el Capítulo anterior.

* * *

La División como sabemos consta de las siguientes partes:

Dividendo: Es la Cifra que por medio de restas sucesivas tratamos de reducir a Cero, o a su más mínima expresión.

Divisor: Es la Cifra que tratamos de ver, cuantas veces puede estar contenida en el Dividendo.

Cociente o Resultado: Nos indica, cuantas veces ha sido posible sustraer la cifra del divisor de la cifra del dividendo.

Desde luego que todas las Restas que se efectúan, se hacen recurriendo a multiplicaciones, en las que actúan los números del Cociente como multiplicadores de la cifra del divisor y su producto lo vamos restando del dividendo. El objeto de pedir ayuda a la Multiplicación, es abreviar la operación, ya que de otra manera, con Restas sucesivas, el procedimiento sería muy largo.

Diferencias del método aplicable al ábaco.

- El Divisor lo escribimos al lado IZQUIERDO.
- El Dividendo lo escribimos al lado DERECHO

- El Cociente, lo escribimos entre el Divisor y el Dividendo.

Las multiplicaciones que efectuaremos con los números del Cociente que vanos formando en el transcurso de la operación, la haremos de izquierda a derecha.

Esta disposición arbitraria en apariencia, tiene sus motivos justificados en el ábaco. Siendo la más poderosa la economía de espacio que se logra con ella, como así también una mayor sencillez en el desarrollo.

Con el objeto de apreciar y comprender estas diferencias, detallaré punto por punto en forma comparativa, una división ejecutada en la forma usual y en la forma aplicable al ábaco (Ver Figura 97)

Problema:

$$12410 : 34$$

$$\begin{array}{r}
 12410 : 34 = 365 \\
 \underline{102} \\
 211 \\
 \underline{-204} \\
 170 \\
 \underline{-170} \\
 000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 34 \qquad 12410 \\
 3 \times (3) \dots\dots\dots 9 \\
 \qquad \qquad \underline{3410} \\
 3 \times (4) \dots\dots\dots 12 \\
 \qquad \qquad \underline{2210} \\
 6 \times (3) \dots\dots\dots 18 \\
 \qquad \qquad \underline{410} \\
 6 \times (4) \dots\dots\dots 24 \\
 \qquad \qquad \underline{170} \\
 5 \times (3) \dots\dots\dots 15 \\
 \qquad \qquad \underline{20} \\
 5 \times (4) \dots\dots\dots 20 \\
 \qquad \qquad \underline{00}
 \end{array}$$

Nota.

En la Figura 97 los números entre paréntesis, indican la parte del Divisor sobre el que está actuando el Cociente en forma mental. Esta operación da un producto que se Resta del Dividendo.

Desarrolle varias veces esta operación en un papel cuadrulado, hasta dominar el orden de su ejecución. Una vez que pueda hacer cualquier División usando este Sistema sin ayuda del Texto, estará en condiciones de adaptar esta operación al Ábaco.

Adaptación de la división al ábaco "Zumor".

Una vez que se haya habituado a esta modalidad de División, veamos cómo se procede a su desarrollo en el "Zumor".

Colocamos la cifra del Divisor en las primeras "corridas" del lado Izquierdo del "Zumor".

Como punto de referencia para escribir el Dividendo, consideramos la mitad del Ábaco. El último número entero del Dividendo, debe terminar de escribirse a la derecha de la mitad del Ábaco, tantas "corridas" como se hayan ocupado para el Divisor, más una "corrida".

Esto es muy importante y debe quedar bien definido en la mente del alumno, porque, de la correcta ubicación del dividendo dependerá la correcta ubicación del cociente.

Una vez que por medio del desarrollo de la operación, el Cociente haya reemplazado la cifra del Dividendo, todo número que quede a la izquierda de la mitad del ábaco, se leerá como Entero. A su vez, todo número que quede a la derecha de la mitad del Ábaco, se leerá como Decimal.

O sea, que el punto de referencia inicial que sirvió para ubicar correctamente al Dividendo, se transforma al finalizar la operación en una "corrida separadora de los Decimales".

Estudie ahora la ubicación del Divisor y del Dividendo en el "Zumor", antes de empezar una División (Figura 98)



Figura 98

Razonamiento.

Si Ud. para escribir la cifra del Divisor ocupa solo la "corrida" A del lado izquierdo; el Dividendo debe escribirse cuidando que su último número entero, quede ubicado en la "corrida" "A" del lado derecho del "Zumor".

Si para escribir los números enteros del Divisor ocupa las "corridas" "A" y "B" del lado izquierdo, la anotación de los números enteros del Dividendo deberá terminar en la "Corrida" "B" del lado derecho.

Si para escribir los números enteros del Divisor utiliza las "corridas" "A", "B" y "C" del lado izquierdo, el último número entero que escriba del Dividendo, deberá caer sobre la "corrida" "C" del lado derecho; y así sucesivamente.

Ensaye varias veces la anotación del Divisor y del Dividendo en su Ábaco, basándose en lo explicado según la Figura 98. Deberá hacer sólo anotaciones de distintos problemas de División, pero sin ejecutarlos. Una vez que domine y comprenda lo referente a la anotación inicial del Divisor y del Dividendo, continúe con el estudio del Texto.

Al ir desarrollando la División según el método Japonés, el Cociente se va escribiendo en el Ábaco entre el Divisor y el Dividendo. Estas anotaciones del Cociente deben ceñirse estrictamente a las Reglas "A" y "B".

Regla "A".

Si para descontar o restar el Divisor en el Dividendo, necesitamos usar de éste una "corrida" más que las que se usaron para escribir el Divisor, entonces el Cociente deberá escribirse inmediatamente al lado izquierdo del Dividendo.

Regla "B".

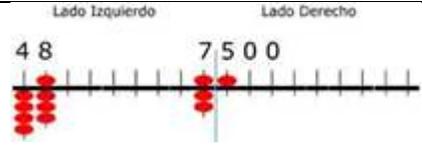
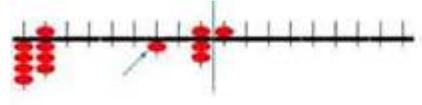
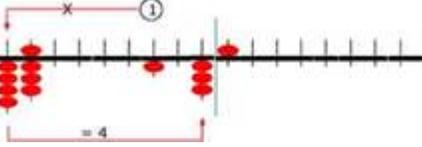
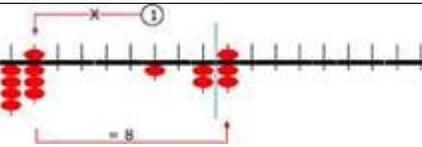
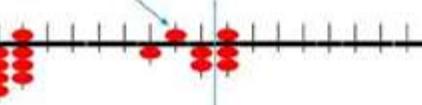
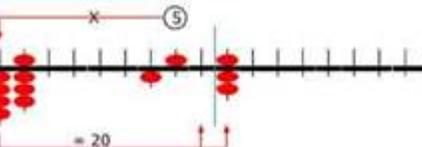
Si para descontar ó restar el Divisor en el Dividendo, necesitamos el mismo número de "corridas" que se usaron al escribir el Divisor, entonces El Cociente se deberá anotar al lado izquierdo del Dividendo, pero dejando una "corrida" en Cero entre el Cociente que anotados y el Dividendo sobre el que varios ha actuar.

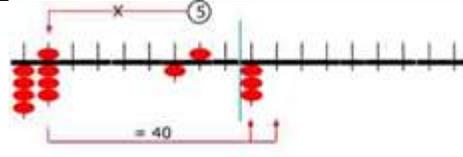
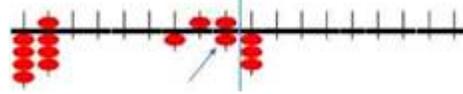
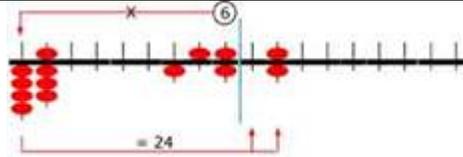
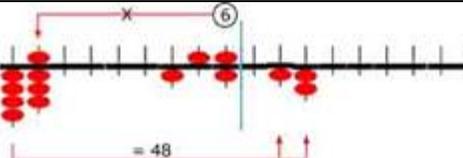
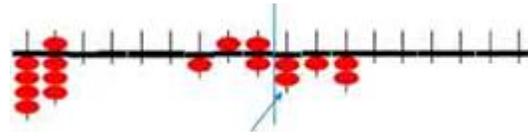
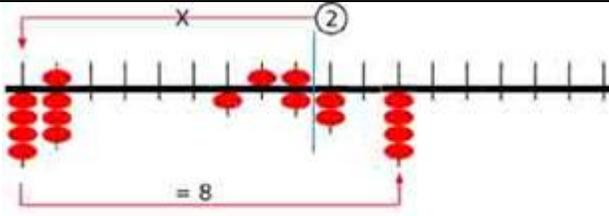
Es muy importante observar las Reglas "A" y "B" para desarrollar correctamente una División.

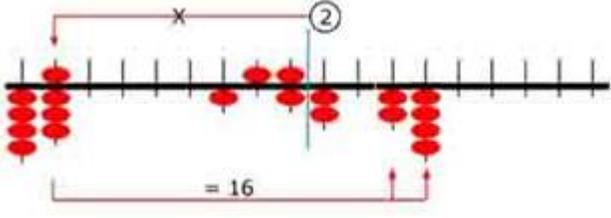
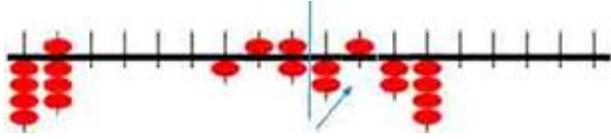
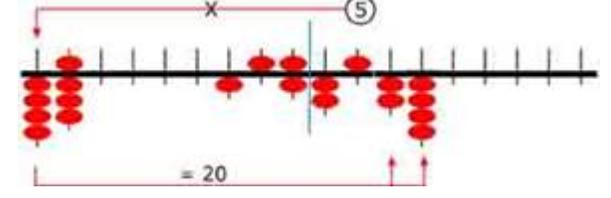
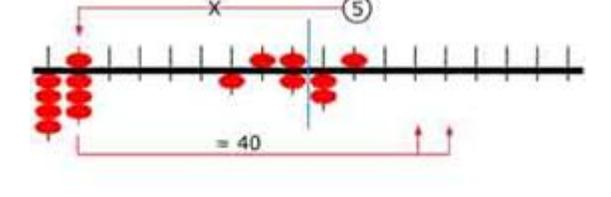
Una, vez aprendidas estas Reglas veremos el desarrollo de la División 7.500: 48, la que ejecutaremos ciñéndonos estrictamente a lo tratado en este Capítulo (Ver Figura 99).

PROBLEMA:

$7.500 : 48$

<p>Anotamos el Divisor y Dividendo según la Figura 99.</p>	 <p>Figura 99</p>
<p>Como para hacer la primera Resta del Divisor al Dividendo necesitamos solo 2 "corridas" de este. Para anotar el Cociente recurrimos a la Regla "B". Anote el primer número del Cociente así como Figura 100</p>	 <p>Figura 100</p>
<p>Las Restas que haremos basándonos en el número de Cociente, se hacen en el orden que indica la flecha de la Figura 101 y en la Figura 102.</p> <p>El desarrollo mental es el siguiente: $1 \times 4 = 4$ (lo resta) $1 \times 8 = 8$ (lo resta)</p>	 <p>Figura 101</p>  <p>Figura 102</p>
<p>Para hacer la Resta del Divisor al Saldo del Dividendo, necesitamos 3 "corridas", por lo tanto, para anotar este nuevo número del Cociente usamos la Regla "A"</p>	 <p>Figura 103</p>
<p>La actuación del nuevo número del Cociente la puede apreciar en las Figuras 104 y 105, siguiendo las flechas que indican la operación.</p>	 <p>Figura 104</p>

<p>El desarrollo mental es el siguiente: $5 \times 4 = 20$ (réstelo) $5 \times 8 = 40$ (réstelo)</p>	 <p>Figura 105</p>
<p>Para poder Restar al Dividendo un producto del Divisor, necesitamos del Dividendo 3 "corridas". Basándonos en la Regla "A" anotamos el nuevo número del cociente así (Figura 106)</p>	 <p>Figura 106</p>
<p>La actuación del, nuevo número del Cociente, la puede ver en las Figuras 107 y 108, siguiendo las flechas que indican la operación. El desarrollo mental es el siguiente: $6 \times 4 = 24$ (réstelo) $6 \times 8 = 48$ (réstelo)</p>	 <p>Figura 107</p>
	 <p>Figura 108</p>
<p>Para poder Restar al Dividendo un producto del Divisor, necesitamos del Dividendo 3 "corridas". Anotamos el nuevo número del cociente según la Regla "A"</p>	 <p>Figura 109</p>
<p>La actuación del nuevo número del Cociente, la puede ver en las Figuras 110 y 111, siguiendo las flechas que indican la operación. El desarrollo mental es: $2 \times 4 = 8$ (réstelo)</p>	 <p>Figura 110</p>

<p>$2 \times 8 = 16$ (réstelo)</p>	 <p>Figura 111</p>
<p>Nuevamente aplicaremos la Regla "A", ya que para poder restar un producto del Divisor necesitamos tomar 3 "corridas" del Saldo del Dividendo. Anotamos el nuevo número del Cociente como se muestra</p>	 <p>Figura 112</p>
<p>El nuevo número del Cociente actuará como de costumbre, sobre el Saldo del Dividendo, según las Figuras 113 y 114.</p>	 <p>Figura 113</p>
<p>El desarrollo mental es el siguiente: $5 \times 4 = 20$ (réstelo) $5 \times 8 = 40$ (réstelo)</p>	 <p>Figura 114</p>

Al dar por terminada la División, vemos que en este caso, ha quedado en el Ábaco lo siguiente;

En el lado Izquierdo se conserva la anotación correspondiente al Divisor.

En el lugar que estuvo anotado el Dividendo, hay una nueva cifra, la que corresponde al Cociente ó Resultado de la División efectuada. A la derecha del Cociente no ha quedado ningún Saldo o Residuo por haberse efectuado una División exacta.

Como dijimos que toda cifra del Cociente que quede a la Izquierda de la mitad del "Zumor" se lee como Entero y toda cifra al lado derecho de la mitad del "Zumor" se

considera como decimal; el resultado de la operación recién desarrollada es: 156,25.

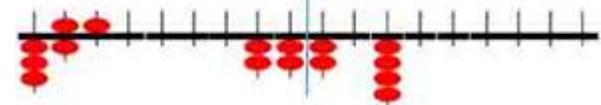
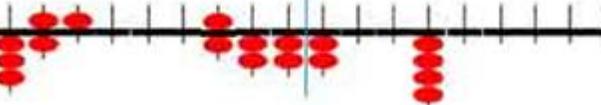
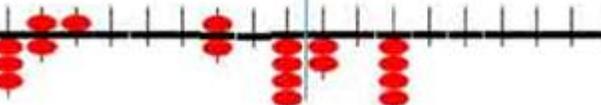
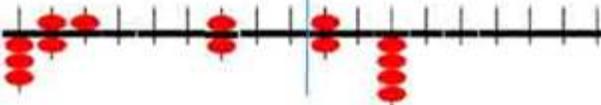
* * *

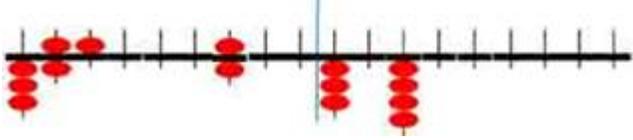
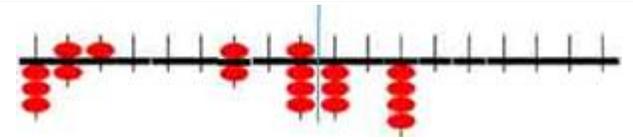
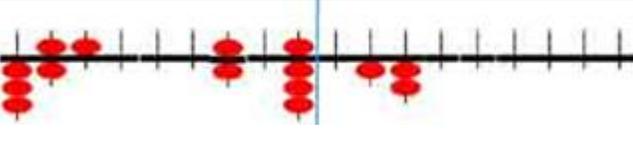
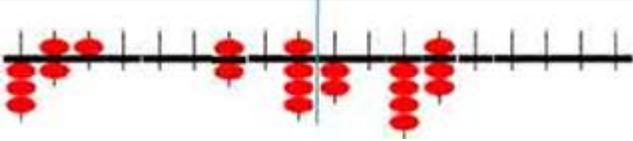
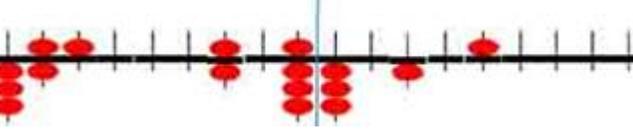
Con el objeto de disipar cualquier duda que pudiera haber en la División, estudiaremos el desarrollo de un último problema en el "Zumor".

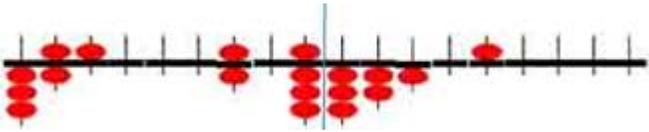
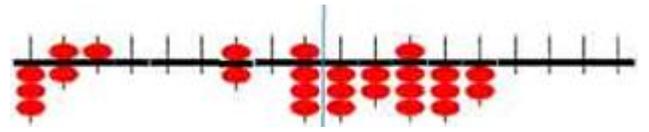
Además, podrá ver que, a pesar de un error intencionado que deslizo durante el transcurso de la operación, la Regla "B" corrige la situación y permite obtener un resultado correcto.

PROBLEMA:

222.040 : 365

<p>Anotación del Divisor y anotación del Dividendo</p>	<p style="text-align: center;">Lado Izquierdo Lado Derecho</p> <p style="text-align: center;">3 6 5 2 2 2 0 4 0</p>  <p style="text-align: center;">Figura 115</p>
<p>Primer número del Cociente que empieza a actuar Desarrollo mental: 6×3</p>	 <p style="text-align: center;">Figura 116</p>
<p>6×6</p>	 <p style="text-align: center;">Figura 117</p>
<p>6×5</p>	 <p style="text-align: center;">Figura 118</p>

<p>Una vez hechas las Restas el Ábaco quedará en la siguiente forma</p>	 <p>Figura 119</p>
<p>El nuevo número del Cociente, lo anotamos según Regla "A". Desarrollo mental: $8 \times 3 = 24$; $8 \times 6 = 48$; $8 \times 5 = 40$</p>	 <p>Figura 120</p>
<p>Al hacer las Restas el Ábaco quedará así</p>	 <p>Figura 121</p>
<p>Al residuo es posible Restar tres veces la cifra del Divisor, pero usaremos por error el 2. Desarrollo mental: $2 \times 3 = 6$; $2 \times 6 = 12$; $2 \times 5 = 10$.</p>	 <p>Figura 122</p>
<p>El residuo que ha quedado es 470 según puede ver se ha cometido un error, ya que el residuo es mayor que el Divisor</p>	 <p>Figura 123</p>
<p>Para Restar 365 al Residuo 470. Recordamos la Regla. "B". Anotamos el nuevo número del Cociente en el lugar que le corresponde, o sea, que lo anotamos en este caso como se muestra en la Figura. Desarrollo mental: $1 \times 3 = 3$; $1 \times 6 = 6$; $1 \times 5 = 5$</p>	 <p>Figura 124</p>
<p>Conseguida la rectificación el Ábaco quedare. así</p>	

	<p>Figura 125</p>
<p>Buscamos el nuevo número del Cociente y lo anotamos según la Regla "A"</p> <p>Desarrollo mental: $2 \times 3 = 6$; $2 \times 6 = 12$; $2 \times 5 = 10$</p>	 <p style="text-align: center;">Figura 126</p>
<p>Después de estas Restas el Ábaco presenta este aspecto</p>	 <p style="text-align: center;">Figura 127</p>
<p>Buscamos un último número para el Cociente, el que anotamos según la Regla "A" Hacemos las deducciones de costumbre según el desarrollo mental: $8 \times 3 = 24$; $8 \times 6 = 48$; $8 \times 5 = 40$.</p>	 <p style="text-align: center;">Figura 128</p>
<p>Al finalizar la operación el Ábaco ha quedado así</p>	 <p style="text-align: center;">Figura 129</p>

Al dar por terminada la División reciente, procedemos a leer los datos que en él han quedado, lo que haremos en la forma siguiente:

Lado Izquierdo.

En su extremo tenemos la cifra 365, que representa al divisor de la operación reciente.

Mitad:

Tenemos el resultado, el que de acuerdo con la ya explicado, leeremos así: 608,328

Lado Derecho.

Se observa la cifra 280, la que corresponde al residuo de la operación desarrollada.

Le recomiendo practicar varias veces estos ejemplos en su Ábaco, ciñéndose estrictamente a las Reglas que se mencionan en el Capítulo VI. Tanto las que

especifican las formas de anotación de las Cifras antes de iniciar la División, como las Reglas "A" y "B" que se utilizan durante el desarrollo.

Una vez que no tenga dudas de ninguna especie, aborde todo problema de División que estime conveniente.

Si Ud. ha llegado a estas alturas, soportando y siguiendo fielmente mis instrucciones, solo me resta agradecerle su atención y entusiasmo.

No olvide que una práctica diaria en el "Zumor", le transformara en breve en un calculista veloz.

Esperando que aproveche al máximo los conocimientos que he puesto a su alcance, me despido de Ud. Como su afectísimo amigo y seguro servidor



Oscar Zúñiga Morelli.

Compañía #1641

Fono 65534

Casilla # 9530

SANTIAGO DE CHILE

* * *

RAÍZ CUADRADA y RAÍZ CÚBICA. A aquellas personas que les interese ejecutar estas operaciones en el ábaco "Zumor", pueden solicitar el Texto correspondiente a dichas operaciones.

Deberán hacerlo sólo una vez que hayan dominado totalmente el Ábaco en las cuatro operaciones que se describen en este Texto. De otra forma les será muy difícil abordar con éxito estas operaciones en el "Zumor".